



Universidade Federal de Santa Catarina
Centro de Ciências Físicas e Matemáticas
Departamento de Física

Programa de Pós-graduação em Física
Dissertação de Mestrado

Colisões hadrônicas e interações partônicas múltiplas

Mestrando: Rodrigo Konrath

Orientador: Prof. Dr. Emmanuel Gräve de Oliveira

Florianópolis, março de 2016

Rodrigo Konrath

Colisões hadrônicas e interações partônicas múltiplas

Dissertação submetida ao Programa
de Pós-Graduação em Física da Uni-
versidade Federal de Santa Catarina,
para a obtenção do Título de Mestre
em Física.

Orientador: Prof. Dr. Emmanuel
Gräve de Oliveira

Florianópolis
2016

Dedico esta dissertação a minha família, em especial aos meus avós, João Aldino e Maria Renilda Konrath, que me criaram e me ensinaram a ser honesto, trabalhador e correto. Se estou onde estou, devo muito a eles.

Cristão é meu nome e Católico é meu sobrenome. Um me designa, enquanto o outro me especifica. Um me distingue, o outro me santifica. É por este sobrenome que nosso povo é distinguido dos que são chamados heréticos.

(São Paciano de Barcelona)

Agradecimentos

Neste final de empreitada, agradeço primeiramente a Deus, Uno e Trino, criador do céu e da terra, que em nenhum momento abandonou o seu servo em sua missão.

Agradeço ao meu orientador, Prof. Dr. Emmanuel Gräve de Oliveira por ter aceitado orientar esta dissertação, pelo conhecimento repassado, pela amizade construída, pelo incentivo dado e pela ajuda fornecida em vários momentos para que este trabalho pudesse ser realizado. Sem tal auxílio, com certeza esta dissertação não teria a mesma qualidade. Ao senhor, meu sincero muito obrigado.

Agradeço à minha família que sempre me apoiou para que este momento chegasse. Apesar das inúmeras viagens feitas nestes dois anos de estudo e de estar quase sempre ausente de casa, nunca puseram obstáculos ao meu crescimento acadêmico. A eles, o meu muito obrigado.

A todos os professores do Programa de Pós-Graduação em Física da UFSC que ajudaram na minha formação durante esses anos, e que me fizeram entender e compreender como a Física é realmente fascinante.

A todos os funcionários do Programa de Pós-Graduação em Física da UFSC, em especial ao Antônio, por estarem sempre prontos a me atender com dedicação e com excelente qualidade no trabalho realizado.

Aos amigos de longa data, em especial ao Cristian e aos amigos feitos durante a estadia em Florianópolis, em especial aos colegas da sala de teoria de campos, pelos significativos momentos de estudo, de convivência e alegria compartilhados.

À CAPES, pelo apoio financeiro.

Resumo

O estudo da fenomenologia de colisões hadrônicas apresentou um crescimento espetacular em qualidade e quantidade nos últimos anos com o surgimento dos aceleradores de partículas modernos, notadamente com o LHC. Isso permitiu a observação de novos fenômenos físicos, entre os quais temos as interações multi-partônicas (MPI), onde destacamos o espalhamento duplo de pártons (DPS). Nesta dissertação, nós estudamos a contribuição do DPS com base no processo $gg \rightarrow gg$ nos níveis de energia do LHC. O processo DPS, que pode ser descrito como sendo um processo perturbativo pode ocorrer quando dois pares de pártons interagem entre si em uma mesma colisão próton - próton. Após fazermos uma breve introdução no Cap. 1, no Cap. 2 apresentamos os aspectos básicos da QCD perturbativa, das partículas fundamentais e das interações elementares da natureza. No Cap. 3, o espalhamento profundamente inelástico é revisto, bem como as interações de espalhamento simples de pártons (SPS) e de DPS são abordadas. O Cap. 4 é dedicado à análise da seção de choque total, bem como de alguns modelos teóricos já existentes. No Cap. 5, os resultados reproduzidos e calculados são apresentados e discutidos. Encontrou-se a razão entre as constantes dos termos dominantes das seções de choque calculadas via SPS e DPS, diferindo por um fator bem definido. No Cap. 6 está a conclusão deste estudo e as perspectivas de trabalho são discutidas, incluindo a análise do significado do fator encontrado e o desenvolvimento de resultados teóricos para a seção de choque total.

Palavras-chave: colisões hadrônicas, pártons, espalhamento duplo de pártons, seção de choque, seção de choque total, cromodinâmica quântica

Abstract

The study of the phenomenology of hadron collisions presented a spectacular growth in quality and quantity in the last years with the appearance of modern particle accelerators, specially, the Large Hadron Collider. This allowed the observation of new physical phenomena, among which we have the multi-parton interactions (MPI), where we highlight the double parton interactions (DPS). In this dissertation, we study the contribution of the DPS from the process $gg \rightarrow gg$ at the energy levels of LHC. The DPS process, that can be described as a perturbative process, can occur when two pairs of partons interact themselves in a same proton-proton collision. After we make a brief introduction in Ch. 1, in Ch. 2, we show the basics aspects of the perturbative Quantum ChromoDynamics (QCD), the fundamental particles and the elementary interactions of the Nature. In the Ch. 3, the deeply inelastic scattering is revisited, as well single parton scattering (SPS) and DPS interactions. Ch. 4 is devoted to the total cross section analysis, as well some existing theoretical models. In the Ch. 5, the reproduced and calculated results are shown and discussed. The ratio between the constants of the dominant terms in SPS and DPS cross sections was found, it is a well defined factor. In Ch. 6 the conclusion of this work is presented and future work is discussed, including analysing the meaning of the factor found and developing theoretical results for the total cross section.

Keywords: hadron collisions, partons, double parton scattering, cross section, total cross section, quantum chromodynamics.

Lista de Figuras

- 2.1 Emissão (ou absorção) de um fóton por um elétron. A seta “Time” mostra o sentido do tempo. Figura obtida de [6]. p. 29
- 2.2 Diagramas de mais baixa ordem para o espalhamento Bhabha. À esquerda, o espalhamento propriamente dito e à direita, o processo de aniquilação. p. 29
- 2.3 Diagramas de mais baixa ordem para o espalhamento Moller. p. 30
- 2.4 Emissão de um glúon por um quark. p. 34
- 2.5 Esquerda: Vértice de 3 glúons. Direita: Vértice de 4 glúons. p. 34
- 3.1 Esquema representativo do espalhamento profundamente inelástico $e + p \rightarrow e + X$. Na figura, k^μ e k'^μ representam os quadrimomentos do elétron, $q^\mu = k^\mu - k'^\mu$ é o quadrimomento transferido, p^μ é o quadrimomento do próton e W pode ser considerado como a massa do sistema X p. 37
- 3.2 Variação de $F_2 = \nu W_2$ com Q^2 , ocorrendo a x_{Bj} constante, sendo $\omega = 1/x_{Bj}$. Os valores de angulação que aparecem na parte superior do gráfico referem-se ao ângulo do espectro corrigido radiativamente no qual foram realizados os vários experimentos. Figura obtida de [24]. p. 40
- 3.3 Variação de F_2 com Q^2 para vários x de Bjorken. O eixo vertical nos dá o valor de F_2 em termos de um certo i_x que varia de $i_x = 1$ para $x = 0.85$ até $i_x = 24$ para $x = 0.00005$. Figura obtida de [25]. p. 41
- 3.4 PDF's para vários párons, em $Q^2 = 10\text{GeV}^2$ e $Q^2 = 10^4\text{GeV}^2$ com um nível de confiança de 68% nas barras de erro. A sigla NNLO significa “Next-to-Next-to-Leading Order”, ou seja, Ordem Seguinte à Seguinte à Dominante, mostrando qual a ordem de precisão estudada. Figura obtida de [26]. p. 42

- 3.5 Funções de desdobramento da equação DGLAP para quatro diferentes situações.
(a) $P_{qq}(x/y)$; (b) $P_{gq}(x/y)$; (c) $P_{qg}(x/y)$; (d) $P_{gg}(x/y)$. Figura obtida de [32]. p. 43
- 3.6 Canal - s (Superior), Canal - t (Centro), Canal - u (Inferior) p. 45
- 3.7 Mecanismo de um processo SPS no qual os pártons i e j interagem formando subprodutos segundo $ij \rightarrow abcd$. Figura adaptada de [35]. p. 45
- 3.8 Mecanismo do espalhamento duplo de pártons no qual os pártons do primeiro próton são chamados i_1 e i_2 e os do segundo próton j_1 e j_2 . Os dois subprocessos duros são $A(i_1 j_1 \rightarrow k_1 l_1)$ e $B(i_2 j_2 \rightarrow k_2 l_2)$. Esta figura foi adaptada de [36]. p. 46
- 3.9 Seção de choque em ordem dominante para a produção de $c\bar{c}$ via SPS e de $c\bar{c}c\bar{c}$ via DPS, com a utilização de várias PDF's. A linha vermelha representa uma parametrização para a seção de choque total realizada por [38]. Esta figura foi adaptada de [37]. p. 47
- 3.10 σ_{eff} medido por diferentes experimentos usando diferentes processos [46]. O ponto "Corrected CDF" indica um valor corrigido de σ_{eff} [47]. Esta correção realizada levando em consideração uma função sobreposição normalizada $G(\mathbf{b})$, a qual nos fornece uma σ_{eff} independente das seções de choque individuais SPS. Esta figura foi obtida de [40]. p. 50
- 4.2 Seção de choque total em uma colisão hadrônica em função de \sqrt{s} . A linha contínua representa a colisão próton-antipróton, enquanto a linha tracejada representa a colisão próton-próton. A figura foi obtida de [49]. p. 51
- 4.1 Valores da seção de choque para vários processos em função de \sqrt{s} . A descontinuidade em algumas linhas representa a alteração no tipo de colisão estudada ($p\bar{p}$ no Tevatron para pp no LHC). Processos governados por interações fortes possuem seções de choque maiores do que processos governados por interações eletrofracas. Esta figura foi obtida de [34]. p. 52
- 4.3 Diagrama de Chew-Frautschi da trajetória da família do méson ρ . Os seis pontos representam seis pares de mésons semelhantes que se adequam à referida trajetória. A figura foi obtida de [63]. p. 55

- 4.4 Diagrama de Chew-Frautschi mostrando as trajetórias de algumas famílias de mésons, onde destacamos as parametrizações do pión e uma representação de uma possível trajetória para o pomeron. A figura foi obtida de [48]. p. 56
- 4.5 Predição da seção de choque total realizada pela colaboração COMPETE. A seção de choque é dada em mb. Figura obtida de [69]. p. 58
- 4.6 Resultados encontrados para o expoente γ utilizando as parametrizações de Amaldi [71], da colaboração UA4/2 [72] e os dois métodos de Fagundes, Menon e Silva [70], considerando γ um parâmetro livre. Figura obtida de [70]. p. 59

Lista de Tabelas

- 2.1 Algumas características físicas dos férmions, usando unidades naturais ($\hbar = c = 1$)
e carga elétrica em termos de múltiplos do módulo da carga do elétron. p. 22
- 2.2 Bósons mediadores e forças fundamentais p. 23

Sumário

| | | |
|----------|--|-------|
| 1 | Introdução | p. 17 |
| 2 | Modelo Padrão e Cromodinâmica Quântica perturbativa | p. 21 |
| 2.1 | Partículas Fundamentais e Interações | p. 21 |
| 2.1.1 | Interação eletromagnética | p. 23 |
| 2.1.2 | Interação forte | p. 24 |
| 2.1.3 | Interação fraca | p. 25 |
| 2.1.4 | Interação gravitacional | p. 26 |
| 2.2 | Teorias de gauge | p. 26 |
| 2.2.1 | Eletrodinâmica Quântica – QED | p. 28 |
| 2.2.2 | Cromodinâmica Quântica – QCD | p. 32 |
| 3 | Fenomenologia de colisões hadrônicas | p. 37 |
| 3.1 | O Espalhamento Profundamente Inelástico | p. 37 |
| 3.2 | Espalhamento entre pártons | p. 44 |
| 3.2.1 | O espalhamento simples de pártons | p. 45 |
| 3.2.2 | O espalhamento duplo de pártons | p. 46 |
| 4 | Seção de choque total | p. 51 |
| 4.1 | Resultados Experimentais | p. 51 |
| 4.2 | Teoria de Regge e Modelos Preditivos | p. 53 |

| | | |
|----------|---|-------|
| 4.3 | Modelo de Fagundes, Menon e Silva | p. 58 |
| 5 | Resultados | p. 61 |
| 5.1 | Cálculo da seção de choque inclusiva em SPS para o processo $gg \rightarrow gg$ | p. 61 |
| 5.2 | Cálculo da seção de choque inclusiva em DPS para o processo $gg \rightarrow gg$ | p. 69 |
| 6 | Conclusões | p. 71 |
| | Apêndice A – Programa no FORM para o cálculo da expressão 5.16 | p. 73 |
| | Apêndice B – Cálculo detalhado da expressão 5.30 | p. 81 |
| | Referências Bibliográficas | p. 83 |

1 Introdução

Desde as discussões filosóficas dos antigos gregos até os dias atuais, avançamos muito no que tange ao campo teórico e ao campo prático de pesquisa em física de altas energias. Se antes, dispúnhamos tão somente do pensamento a nos guiar, hoje possuímos equipamentos e técnicas científicas inimagináveis aos nossos antepassados.

Como o próprio nome diz, a Física de Altas Energias estuda processos e fenômenos físicos que ocorrem em elevadas energias, para com isso investigar realidades que não se mostram palpáveis em nosso mundo cotidiano. Estudar por exemplo, a estabilidade dos átomos, requer adentrarmos em escalas de tamanho e de energia enormemente diferentes das por nós vivenciadas. Para se alcançar tais energias, utilizam-se aceleradores para fazer com que as partículas atinjam velocidades próximas à da luz, e conseqüentemente, altas energias.

Atualmente, o maior acelerador de partículas é o LHC (Large Hadron Collider, Grande Colisor de Hádrons), pertencente ao CERN (Conseil Européen pour la Recherche Nucléaire, Conselho Europeu de Pesquisa Nuclear), que está construído na fronteira da Suíça com a França, perto de Genebra. Ele possui um anel de 27 quilômetros de circunferência, que é o local onde as partículas (no caso do LHC, prótons e íons pesados) são aceleradas através do uso de campos eletromagnéticos. O LHC começou suas atividades em 10 de setembro de 2008, sendo porém inaugurado oficialmente em 21 de outubro daquele ano. Após funcionar por 4 anos, em 2013 foi necessário realizar uma pausa nos trabalhos, para fazer-se uma manutenção acurada em todo o equipamento, bem como a sua modernização. Em abril de 2015, as atividades retomaram, sendo que agora, as partículas agora podem alcançar uma energia de 13 TeV no centro de massa da colisão.

No LHC, dois feixes de partículas são acelerados em sentidos contrários, sendo que a colisão ocorre em um dos 4 experimentos principais localizados ao longo do anel. Os experimentos são ALICE (A Large Ion Collider Experiment), ATLAS (A Toroidal Lhc ApparatuS), CMS (Compact

Muon Solenoid) e LHCb (LHC beauty). Quando da sua construção, a finalidade mais divulgada do LHC era encontrar o bóson de Higgs, fato esse que ocorreu em julho de 2012. Além dessa, outras descobertas de impacto foram realizadas, como a do tetraquark em 2014 e do pentaquark em 2015.

Apesar dos recentes sucessos o LHC está atingindo o seu limite de potenciais descobertas, afinal nenhum equipamento pode ser atualizado e melhorado para sempre. Pensando nisso, a China quer construir um novo colisor de hádrons, com o dobro de capacidade em relação ao LHC. Este colisor deverá ter capacidade de gerar milhões de bósons de Higgs, muito maior do que a capacidade atual do LHC. O projeto deve sair do papel em 2020, sendo que o mesmo teve início em 2013. Se este empreendimento se concretizar, será um grande passo para uma compreensão mais íntima da natureza da matéria.

A Física, sendo uma ciência natural, é construída com base na observação direta de fenômenos reais e sua subsequente descrição em termos lógico-matemáticos adequados. O formalismo sólido advindo de tal construção racional nos fornece um arcabouço de ideias, sobre as quais ergue-se o edifício do conhecimento humano. Um dos pilares centrais desse edifício é aquilo que conhecemos por *princípios*. Segundo Baptista [1], os princípios revelam o que há de mais objetivo em toda construção científica, e a posse do seu conhecimento traz ao seu possuidor a noção clara e segura dos fundamentos da ciência.

Um dos princípios mais importantes da física é o conjunto de leis conhecidas como leis de conservação. Notadamente em processos envolvendo colisões, percebemos que o momento é uma grandeza que inevitavelmente precisa ser conservada. Nas colisões ditas clássicas, o momento total é conservado, além da massa das partículas participantes. Já numa colisão relativística, a grandeza conservada é o quadri-vetor energia-momento de cada partícula colidente.

Ao abordarmos o assunto colisões (o qual pode ser tratado classicamente ou relativisticamente), devemos ressaltar qual será o escopo de nosso trabalho. Uma colisão clássica pode ser pensada como a interação entre duas bolas de bilhar em nosso “mundo cotidiano” de grandes dimensões. Já as colisões ao nível quântico são relativísticas, e podem ocorrer de duas formas distintas. Podemos considerar partículas individuais chocando-se na colisão (que será o nosso caso de estudo) ou então, feixes de partículas interagindo entre si.

Em um processo de colisão relativística, as partículas envolvidas sofrem um espalhamento que é dependente da energia do feixe e do parâmetro de impacto. O parâmetro de impacto é a distância

entre o caminho percorrido pela partícula incidente e o centro do alvo da colisão. Lembrando que o alvo da colisão é outra partícula que está vindo em sentido contrário.

As colisões também podem ser divididas em colisões elásticas e inelásticas. Nas colisões elásticas, as partículas permanecem intactas após a interação e não são criadas novas partículas. Já as colisões inelásticas se subdividem em duas: colisões difrativas inelásticas, quando as partículas trocam momento, sendo que uma delas pode permanecer intacta após a colisão, e colisões inelásticas não-difrativas, quando ambas as partículas não permanecem intactas após a colisão, podendo haver a formação de novas partículas.

A probabilidade de que a interação ocorra é proporcional à seção de choque, a qual tem dimensão de área. O valor dessa área é extremamente importante em física de partículas, visto ser a seção de choque a informação que é calculada teoricamente e que é medida experimentalmente. A unidade típica de mensuração da seção de choque em colisões envolvendo altas energias é o *barn* (b), o qual se relaciona com o sistema internacional de unidades (SI) através da seguinte relação $1b = 10^{-28}\text{m}^2$. Obviamente, existe uma seção de choque inelástica e uma seção de choque elástica. A soma dessas duas contribuições nos dá a seção de choque total.

2 *Modelo Padrão e Cromodinâmica Quântica perturbativa*

2.1 **Partículas Fundamentais e Interações**

A busca do entendimento da matéria pela humanidade não é de hoje. Desde os primórdios da civilização ocidental na Antiga Grécia, especulava-se sobre quais seriam os constituintes básicos que formavam todas as coisas. O filósofo grego Leucipo e seu discípulo Demócrito foram os primeiros a propor uma explicação para essa questão em meados do século V a.C. Baseando-se tão somente em concepções filosóficas, os dois pensadores propuseram que a matéria seria constituída de minúsculas esferas indivisíveis, as quais chamaram de átomos, que em grego significa exatamente *indivisível*.

A ideia de átomo não foi a única tentativa de explicar o mundo em que vivemos. Para Aristóteles, por exemplo, não existiam átomos. A matéria seria contínua, sendo formada pela união de quatro elementos fundamentais (ar, água, fogo e terra). Para ele, havia objeções de caráter filosófico à teoria dos átomos e pelo fato de seu elevado prestígio, suas ideias foram as predominantes no campo científico europeu por mais de 1500 anos.

Apenas no século XVIII com o químico inglês John Dalton, é que a teoria atômica ressurge. Dalton praticamente retoma as ideias de Leucipo e Demócrito, apenas relacionando-as com os conhecimentos químicos conhecidos na época. As primeiras grandes mudanças ocorridas na teoria foram as descobertas do elétron em 1897 por J.J. Thompson e da existência de um núcleo atômico (formado inicialmente apenas por prótons) em 1911 por Ernest Rutherford. Com isso, a ideia da existência de *uma partícula fundamental* foi descartada com base nos experimentos realizados.

A teoria atualmente aceita como a que melhor descreve a natureza da matéria e da radiação é conhecida como Modelo Padrão de Partículas Elementares. Esse modelo baseia-se na existência de dois grandes tipos de partículas: os bósons e os férmions. Como é amplamente conhecido na teoria

Tabela 2.1: Algumas características físicas dos férmions, usando unidades naturais ($\hbar = c = 1$) e carga elétrica em termos de múltiplos do módulo da carga do elétron.

| Férmions | | | | | |
|---------------------------------|----------------------|------------------------|-----------------|-------------|------------------------|
| Léptons | | | Quarks | | |
| Partícula | Massa (GeV) | Carga elétrica (e) | Partícula | Massa (GeV) | Carga elétrica (e) |
| elétron (e^-) | 0.000511 | -1 | down (d) | 0.005 | -1/3 |
| neutrino do elétron (ν_e) | $< 2 \times 10^{-9}$ | 0 | up (u) | 0.002 | 2/3 |
| múon (μ) | 0.106 | -1 | strange (s) | 0.1 | -1/3 |
| neutrino do múon (ν_μ) | $< 2 \times 10^{-9}$ | 0 | charm (c) | 1.3 | 2/3 |
| tau (τ) | 1.777 | -1 | bottom (b) | 4.2 | -1/3 |
| neutrino do tau (ν_τ) | $< 2 \times 10^{-9}$ | 0 | top (t) | 173 | 2/3 |

quântica de campos, os bósons são as partículas que possuem spin inteiro e que seguem a estatística de Bose-Einstein. Já os férmions são partículas com spin semi-inteiro, que seguem a estatística de Fermi-Dirac e obedecem ao princípio de exclusão de Pauli. Os férmions ainda se subdividem no Modelo Padrão em léptons e quarks. A Tabela 2.1 mostra algumas características físicas dos férmions.

Os quarks constituem os hádrons, sendo que até a pouco tempo eram observadas apenas duas variedades de hádrons: os bárions, compostos por 3 quarks (como por exemplo, o próton e o nêutron); e os mésons, compostos por 2 quarks (como por exemplo, o pión e káon). Porém, em 2014, o experimento LHCb do LHC comprovou a existência de um hádron composto por 4 quarks: o *tetraquark*, cujo estado observado é formado por $c\bar{c}d\bar{u}$ [2]. E em 2015, também no LHCb, foi detectado um estado composto por 5 quarks, o *pentaquark*, composto por $u\bar{c}cud$ [3].

Além de possuir carga elétrica livre, os quarks também carregam carga de cor. Essa carga pode vir em 3 variedades distintas: vermelho, verde e azul. Os quarks isolados violam o princípio da carga elétrica elementar, pois os mesmos possuem carga elétrica fracionada. Contudo, devido a uma propriedade chamada confinamento, os quarks ficam restritos ao interior dos hádrons, em combinações que formam múltiplos inteiros de e , nunca sendo encontrados livres na natureza. Assim, a carga elétrica elementar e continua apresentando o menor valor da carga elétrica livre na natureza.

Para cada tipo de partícula, existe uma outra partícula correspondente com igual massa, porém com carga elétrica de sinal oposto. A essa partícula, denominamos antipartícula. Por exemplo, a antipartícula do elétron, o pósitron, possui carga positiva. Contudo, existem partículas que são as suas próprias antipartículas, como por exemplo, o fóton.

Existem na natureza quatro tipos de forças conhecidas, pelas quais as partículas interagem entre

si. São elas a força forte, a eletromagnética, a fraca e a gravitacional. Cada interação é mediada por bósons específicos, como podemos ver na Tabela 2.2.

Tabela 2.2: Bósons mediadores e forças fundamentais

| Bóson | Massa (GeV) | Carga elétrica (e) | Interação mediada |
|--------------------|---------------|------------------------|-------------------|
| fóton (γ) | 0 | 0 | Eletromagnética |
| glúon (g) | 0 | 0 | Forte |
| W^- | 80.39 | -1 | Fraca |
| W^+ | 80.39 | 1 | Fraca |
| Z^0 | 91.188 | 0 | Fraca |
| gráviton | não detectado | não detectado | Gravitacional |

2.1.1 Interação eletromagnética

A explicação das interações fundamentais é baseada no conceito de *campo*. Assim, a força eletromagnética manifesta sua intensidade em partículas que possuem carga elétrica, nas regiões do espaço-tempo permeadas pelo campo eletromagnético. Entretanto, a noção de campo é recente na física. Até meados do século XIX, a ideia que prevalecia na física era a noção newtoniana de *ação à distância*. As interações entre corpos se dariam sem nenhum mecanismo físico mediador, mas tão somente por uma pretensa ação instantânea, que ocorreria de maneira imediata, podendo alcançar velocidades infinitas.

James Clerk Maxwell, em seu famoso *A Treatise on Electricity and Magnetism* de 1864 [4], lançou a base para o entendimento do campo eletromagnético com a formulação teórica da eletrodinâmica e das equações de Maxwell, que são equações de campo. Ele deu tratamento matemático ao conceito de campo formulado por Faraday, quando de seu estudo investigativo das linhas de força.

Com o trabalho de Maxwell, o dilema da ação à distância foi resolvido. O entendimento passou a ser de que existe um campo eletromagnético que permeia todo o espaço ao redor de cargas elétricas e magnéticas, sendo que a ação ocorre localmente, e é transmitida a uma velocidade finita (velocidade da luz) [5].

A eletrodinâmica de Maxwell acabou se mostrando consistente com a teoria da relatividade especial de Einstein, quando da publicação desta, no começo do século XX. No entanto, para aplicar esta teoria aos fenômenos eletromagnéticos observados entre partículas elementares, foi necessário construir uma nova teoria envolvendo a mecânica quântica.

Assim, a ideia original da quantização da energia proposta por Planck foi estendida e aplicada ao eletromagnetismo, sendo que os *quanta* de energia para o caso do campo eletromagnético foram identificados com os fótons. Essa identificação do eletromagnetismo com o formalismo de Schrödinger da mecânica quântica ficou conhecida como “segunda quantização”. A teoria quântica da eletrodinâmica (QED, na sigla em inglês para “Quantum Electrodynamics”) só foi formulada integralmente na década de 1940, quando as equações de Maxwell (para os campos) foram conectadas com a equação de Dirac (para as partículas), trabalho este desenvolvido por Tomonaga, Feynman e Schwinger [6].

2.1.2 Interação forte

Como vimos, a força forte só atua em partículas que possuem carga de cor. As únicas partículas que carregam essa carga são os quarks e os glúons, sendo estes últimos os mediadores da força. Portanto, o campo no espaço onde ocorre essa interação é chamado de campo gluônico.

Cada quark ou antiquark carrega apenas um tipo de cor ou de anti-cor. A força forte pode ser entendida como sendo uma força atrativa entre os quarks e os glúons. Estes últimos possuem duas cores, uma cor e uma anti-cor. A palavra cor não deve ser entendida no seu sentido habitual, afinal ela representa uma propriedade intrínseca das partículas. Porém, a escolha das cores vermelho, azul e verde para serem os nomes das cargas não foi em vão. Afinal, como a cor é uma característica dos quarks e glúons, e os mesmos não existem como partículas livres, a carga de cor não pode ser sentida fora dos hádrons. Em outras palavras, o hádron é “branco”, ou seja não possui carga de cor. E se combinarmos as cores vermelha, azul e verde, veremos que surgirá a cor branca.

Deve-se ressaltar ainda que o nome *forte* advém do fato de que em comparação com as demais três interações, esta apresenta a maior magnitude. No entanto, sua distância característica de atuação é muito pequena. Como ela só atua nos quarks e glúons, a força forte objetivamente só é forte dentro das dimensões do núcleo atômico, dado o confinamento.

O trabalho pioneiro na interação forte foi desenvolvido por Hideki Yukawa em 1934 [6]. Esse físico japonês propôs a existência de uma partícula mediadora que manteria o núcleo atômico coeso, fazendo a interação entre o próton e o nêutron. Essa partícula foi denominada méson π . No entanto, essa teoria apresentou dificuldades, devido ao fato de não levar em consideração a existência dos quarks. Uma explicação teórica consistente com os dados experimentais só veio à tona com o advento da Cromodinâmica Quântica (QCD, na sigla em inglês para “Quantum Chromodynamics”,

Cromodinâmica Quântica) no início da década de 1970.

A Cromodinâmica Quântica é a teoria quântica das interações fortes. Enquanto que na QED, as interações são mediadas pela troca de fótons, na QCD as interações são mediadas pela troca de glúons. Mas algumas diferenças se fazem notar. Na QED, temos somente um tipo de carga elétrica, já na QCD, temos 3 tipos de carga de cor. Outra diferença é que a partícula mediadora da QED (fóton) não carrega sua própria carga, ao contrário da partícula mediadora da QCD (glúon). Tais pormenores tornam a QCD mais complexa, por haver termos de autointeração entre os campos gluônicos. Retomaremos a discussão, quando avaliarmos os diagramas de Feynman para cada uma das situações.

Além de manter os quarks confinados no interior dos hádrons, propriedade essa conhecida como *confinamento*, a força forte também é a responsável pela estabilidade do núcleo atômico. Um efeito residual da força forte é responsável pela ocorrência de uma força atrativa no núcleo, sendo que há uma troca de mésons entre os prótons e nêutrons, fazendo com que a interação eletromagnética repulsiva entre os prótons não prevaleça, e assim, o núcleo atômico possa permanecer estável.

2.1.3 Interação fraca

A interação fraca é a interação que ocorre entre quarks e léptons. As forças fracas são aquelas que explicam os processos de decaimento radiativo, tais como o decaimento beta e o decaimento do pión e do múon. Sua atuação só é perceptível em dimensões da ordem do núcleo atômico, semelhante à interação forte.

A primeira teoria das interações fracas foi apresentada por Enrico Fermi em 1933, ao estudar o decaimento do nêutron. Na década de 1950, essa teoria foi aperfeiçoada por vários físicos, entre os quais podemos citar Lee e Yang, Feynman e Gell-Mann. Desenvolvimentos posteriores devidos principalmente a Glashow, Weinberg e Salam na década de 1960, levaram a uma unificação das teorias fraca e eletromagnética, conhecida hoje como teoria eletrofraca. Em homenagem aos seus descobridores também é conhecida como teoria GWS. Alguns autores ainda usam a terminologia QFD para Quantum FlavorDynamics (Sabordinâmica quântica, na sigla em inglês), para se referirem à teoria fraca [6].

Esta interação se dá basicamente pela troca dos bósons W^\pm e Z^0 entre dois quarks, dois léptons ou entre um lépton e um quark. A interação fraca, como o próprio nome diz, é mais fraca em relação às forças forte e eletromagnética e é a responsável por todos os processos envolvendo neutrinos [7].

2.1.4 Interação gravitacional

A teoria clássica da gravitação é a lei de Newton da Gravitação Universal. Sua generalização relativística é a Teoria da Relatividade Geral de Einstein, também chamada de teoria da Gravitação de Einstein. Todavia, ainda não há uma teoria quântica da gravitação, necessária para compreendermos em termos de campo os processos que ocorrem em largas escalas no universo.

O gráviton, partícula mediadora da força gravitacional, ainda não foi detectado. Todas as partículas (tanto massivas como não-massivas) sofreriam a ação desse mediador. No entanto, a atuação do gráviton é desprezível nas dimensões do núcleo atômico, só sendo perceptível em dimensões da ordem de corpos celestes. No entanto, um passo importante foi dado em direção a uma possível futura observação dos grávitons. Recentemente, pesquisadores do LIGO (Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory), anunciaram a detecção das ondas gravitacionais, que são ondulações do espaço-tempo que carregam informações sobre o campo gravitacional [8].

Uma possível detecção do gráviton não resolveria o problema da interação gravitacional. A questão é mais complicada, devido ao fato da teoria da relatividade geral não se coadunar com a mecânica quântica. Isso se deve a vários fatores. Matematicamente, por exemplo, podemos citar o fato da mecânica quântica apresentar um formalismo linear em termos de um espaço de Hilbert com autovalores e autovetores, sendo intrinsecamente uma teoria probabilística, enquanto a relatividade geral é necessariamente uma teoria não-linear determinística e contínua [9].

Além disso, a gravidade é uma teoria não-renormalizável, ou seja, o campo gravitacional não consegue ser quantizado de forma a eliminar as divergências que aparecem durante as integrações. Enfim, conseguir conciliar a teoria gravitacional com a mecânica quântica é um dos desafios a serem alcançados pela próxima geração de físicos.

2.2 Teorias de gauge

O tratamento matemático do modelo padrão é feito através das *teorias de gauge* ou teorias de calibre. Essencialmente, essas teorias estão baseadas em simetrias de gauge ou de calibre. Isto significa que se realizarmos transformações matemáticas na teoria, as leis físicas permaneceram invariantes após a transformação.

Ao falarmos em simetrias, devemos distinguir entre simetrias globais e simetrias locais. Em uma simetria global, a transformação é parametrizada em todos os pontos do espaço-tempo por uma mesma constante θ ($\psi = e^{i\theta} \psi$). Ela possui um caráter simultâneo em toda parte. Já em uma simetria local, diferentes transformações são parametrizadas em diferentes pontos do espaço-tempo por uma função dependente de x^μ ($\psi = e^{i\theta(x^\mu)}$).

As transformações de gauge são classificadas em abelianas e não-abelianas. Nas transformações de gauge abelianas, a ordem em que são efetuadas as transformações é indiferente. Caso contrário, temos uma transformação não-abeliana. O nome “abeliano” é uma homenagem ao matemático norueguês Niels Henrik Abel. Um exemplo de transformações abelianas são rotações em um plano. Rotações no espaço tridimensional configuram um exemplo de transformação não-abeliana.

A invariância de gauge deve estar implícita em uma teoria física desde que Maxwell desenvolveu sua formulação da eletrodinâmica clássica. Nessa concepção o campo elétrico e o campo magnético não são os objetos fundamentais da teoria, mas sim o potencial escalar ϕ e o potencial vetor \vec{A} . Tomemos as equações de Maxwell na ausência de fontes ρ e \vec{J} :

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \cdot \vec{E} &= 0 & \vec{\nabla} \cdot \vec{B} &= 0 \\ \vec{\nabla} \times \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} & \vec{\nabla} \times \vec{B} &= \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \end{aligned} \quad (2.1)$$

Podemos reescrever os campos elétrico e magnético \vec{E} e \vec{B} , em termos dos potenciais da seguinte forma:

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}\phi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad \vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A} \quad (2.2)$$

Os campos reescritos utilizando os potenciais permanecem inalterados. No entanto, ϕ e \vec{A} não possuem um valor único, podendo sofrer certas alterações de forma que isso não afete os campos, causando assim uma invariância sob transformação de gauge. Isto se deve pelo fato de que podemos transformar os potenciais utilizando uma função arbitrária χ :

$$\phi \rightarrow \phi' = \phi - \frac{\partial \chi}{\partial t} \quad (2.3)$$

$$\vec{A} \rightarrow \vec{A}' = \vec{A} + \vec{\nabla}\chi \quad (2.4)$$

Essas transformações podem ser agrupadas de forma compacta, fazendo uso do potencial $A^\mu = (\phi, \vec{A})$. Assim, usando ∂^μ , a transformação de gauge que deixa as equações de Maxwell invariantes é:

$$A^\mu \rightarrow A'^\mu = A^\mu - \partial^\mu\chi \quad (2.5)$$

Ser invariante por transformações de gauge é um princípio básico das interações que fazem parte do Modelo Padrão. Apenas a interação gravitacional não é descrita por uma teoria de gauge.

2.2.1 Eletrodinâmica Quântica – QED

Na teoria eletromagnética clássica de Maxwell, partículas carregadas, como os elétrons, interagem entre si através de campos eletromagnéticos. Porém, uma compreensão completa do processo físico só se tornou possível com a substituição da teoria até então vigente, por outra mais completa. Devido à dualidade existente entre partículas e campos, nós podemos identificar o potencial A^μ definido acima, com uma partícula mediadora, no caso, os fótons. Ao realizar-se a quantização do campo eletromagnético, a teoria de gauge Abelian com simetria de grupo U(1) do eletromagnetismo passa a ser chamada de eletrodinâmica quântica.

Com isso, a geração de um campo eletromagnético por um elétron pode ser entendido como um processo de emissão de um fóton por esse elétron. Já, quando temos uma força de Lorentz atuando em uma partícula carregada, na verdade, temos a absorção de um fóton por essa partícula [10].

Esses processos de emissão e absorção são representados graficamente por meio de diagramas, conhecidos como diagramas de Feynman, em homenagem a Richard Feynman, um dos criadores da QED e que foi o primeiro a descrever esses processos teóricos utilizando uma representação gráfica intuitiva. Nos diagramas de Feynman, linhas representam partículas e pontos ligando diferentes linhas representam interações entre as respectivas partículas. Cada ponto de interação é chamado de vértice. A única interação que podemos encontrar na QED é a interação de elétrons com fótons, conforme podemos ver na Figura 2.1:

Este vértice é conhecido como “vértice primitivo” da QED, pelo fato de que a partir dele, se cons-

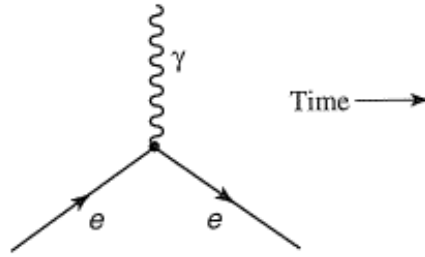


Figura 2.1: Emissão (ou absorção) de um fóton por um elétron. A seta “Time” mostra o sentido do tempo. Figura obtida de [6].

troem os diagramas para processos mais complexos. Parece desnecessário termos uma seta apontando qual o sentido do tempo, afinal para o vértice primitivo não faz sentido falarmos em tempo, pois o processo ocorre de maneira quase que instantânea, e o estado final é a mesma partícula do estado inicial.

No entanto, a seta mostrando o sentido do tempo não aparece no diagrama por mero capricho. Para uma compreensão correta de diagramas em níveis mais complexos, é essencial sabermos como devemos ler o mesmo. Em outras palavras, devemos saber qual o sentido temporal em que estão ocorrendo as interações. Da Figura 2.1, entendemos que um elétron em um determinado momento emite (ou absorve) um fóton. Pareceria ilógico imaginar algo contrário. Porém, uma leitura equivocada pode causar interpretações das mais diversas.

Tomemos como exemplo, na Figura 2.2, o diagrama de Feynman referente ao processo conhecido como *espalhamento Bhabha*. A partir deste momento, está subentendido que o sentido do tempo será sempre da esquerda para a direita, salvo indicação em contrário. Em outras palavras, podemos dizer que o sentido do tempo nos informa que o estado inicial está a esquerda.

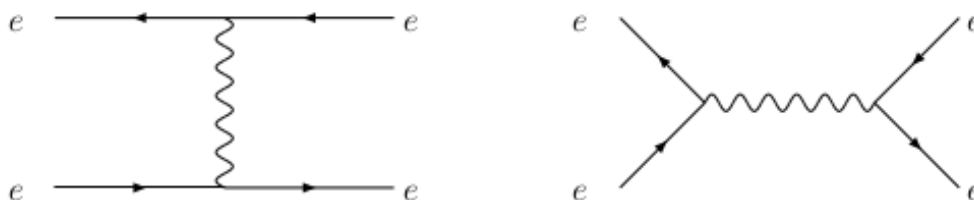


Figura 2.2: Diagramas de mais baixa ordem para o espalhamento Bhabha. À esquerda, o espalhamento propriamente dito e à direita, o processo de aniquilação.

Não apenas o sentido do tempo deve ser considerado, bem como também o sentido das setas que

compõem o diagrama em relação ao sentido do tempo. Num primeiro momento, ao observarmos a Figura 2.2 parece que há uma inconsistência com a mesma. Dissemos que o sentido do tempo é para a direita, mas temos partículas “saindo” do diagrama para a esquerda. Como entender isso?

A chave para a compreensão reside na seguinte “regra”: partículas que se movem em sentido contrário ao do tempo, são na verdade, antipartículas movendo-se no sentido do tempo. Assim, a Figura 2.2 nos mostra a interação $e^- + e^+ \rightarrow e^- + e^+$, mediada por um fóton. Se optássemos por uma leitura “de baixo para cima”, teríamos a interação $e^- + e^- \rightarrow e^- + e^-$, o que caracteriza o *espalhamento Moller*, conforme podemos ver na Figura 2.3. Vemos portanto, como é importante uma correta interpretação do sentido do tempo.

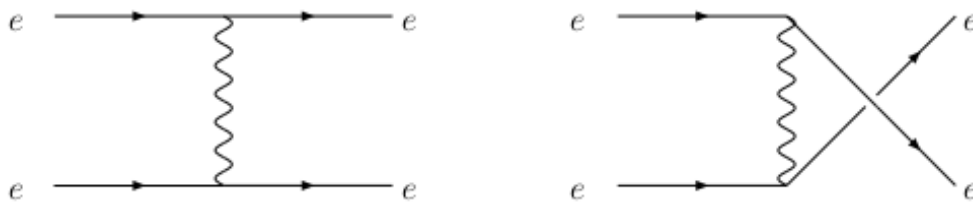


Figura 2.3: Diagramas de mais baixa ordem para o espalhamento Moller.

Somente as linhas externas em um diagrama de Feynman representam partículas reais, ou seja, partículas observáveis. As linhas internas representam apenas o mecanismo de interação que ocorre. Além disso, nenhuma linha representa trajetória de partícula, elas tão somente nos informam qual é e como se dá a interação.

Através dos diagramas de Feynman são calculadas as amplitudes de espalhamento nos processos de colisão. Essas amplitudes envolvem integrais divergentes quando ocorrem laços nos diagramas. Para eliminar tais divergências, as integrais sofrem um processo de regularização, com o intuito de que a parte divergente (infinita) possa ser separada. A parte finita permanece nos resultados físicos enquanto a parte divergente é absorvida em constantes. Esse procedimento, denominado renormalização, produz resultados finitos para as amplitudes de espalhamento. O grande sucesso da renormalização na eletrodinâmica quântica, ao incorporar correções radiativas que foram verificadas experimentalmente, garantiu o prêmio Nobel de Física à Tomonaga, Schwinger e Feynman em 1965.

Matematicamente, a eletrodinâmica quântica é uma teoria de gauge abeliana com simetria de grupo $U(1)$. A lagrangiana da QED pode ser escrita como:

$$\mathcal{L}_{\text{QED}} = \mathcal{L}_{\text{Dirac}} + \mathcal{L}_{\text{Maxwell}} + \mathcal{L}_{\text{int}}$$

$$\mathcal{L}_{\text{QED}} = \bar{\psi}(i\partial - m)\psi - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - Q\bar{\psi}\gamma^\mu\psi A_\mu \quad (2.6)$$

onde A_μ é o vetor definido anteriormente, $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ é o tensor antissimétrico de Maxwell do campo eletromagnético, m e Q são respectivamente a massa e a carga do férmion estudado. A expressão acima pode ser escrita de forma mais simples:

$$\mathcal{L}_{\text{QED}} = \bar{\psi}(i\cancel{D} - m)\psi - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \quad (2.7)$$

onde $\cancel{D} = \gamma^\mu D_\mu$ e D_μ definimos como a derivada covariante através da seguinte relação:

$$D_\mu \equiv \partial_\mu + iQA_\mu(x) \quad (2.8)$$

A lagrangiana da QED é o ponto de partida para a obtenção das *regras de Feynman*¹. Para cada termo de um diagrama de Feynman (linha interna, linha externa e vértice), associamos um valor preestabelecido, compondo assim as regras. Esse valor muda, conforme mudam as partículas que fazem parte do diagrama. Expomos, a seguir, as regras de Feynman na forma de um roteiro prático a se seguir.

1. Para cada linha (interna ou externa), devemos associar um momento e uma seta direcionadora de sentido.
2. Cada linha externa contribui com uma grandeza determinada. Férmions recebem um spinor que satisfaz a equação de Dirac, enquanto que os bósons são associados a um vetor polarização:

$$\begin{aligned} \text{Elétrons:} & \begin{cases} \text{Entrando: } u \\ \text{Saindo: } \bar{u} \end{cases} \\ \text{Pósitrons:} & \begin{cases} \text{Entrando: } \bar{v} \\ \text{Saindo: } v \end{cases} \end{aligned}$$

¹Não é o objetivo desta dissertação obter as regras de Feynman partindo da lagrangiana. Para o leitor interessado, sugerimos livros avançados de teoria quântica de campos, como por exemplo: [11], [12], [13] e [14]

$$\text{Fótons: } \begin{cases} \text{Entrando: } \varepsilon_\mu \\ \text{Saindo: } \varepsilon_\mu^* \end{cases}$$

3. O vértice da QED contribui com um fator $-iQ\gamma_\mu$, sendo Q a carga da partícula. Aqui estamos utilizando unidades naturais, ou seja $c = \hbar = 1$. Caso o férmion seja o elétron, a regra para o vértice seria $ig_e\gamma^\mu$. O fator g_e representa a constante de acoplamento da QED, tendo como valor $g_e = \sqrt{4\pi\alpha}$, onde $\alpha = 1/137$ é a constante de estrutura fina.
4. As linhas internas recebem o nome de propagadores. Caso seja um férmion, temos $\frac{-i(\not{p} + m)}{p^2 - m^2}$, e se for um bóson, temos $D^{\mu\nu} = \frac{-ig^{\mu\nu}}{p^2}$.
5. Para cada vértice, devemos escrever um função delta de Dirac da seguinte forma $(2\pi)^4\delta^4(\sum k)$, onde $(\sum k)$ representa a somatória dos momentos entrando no vértice.
6. Para cada momento interno, devemos escrever um fator $\frac{d^4k}{(2\pi)^4}$, e integrá-lo.
7. Por último, devemos cancelar a delta de Dirac $\delta(p_i - p_f)$, e multiplicar por i . O resultado final será \mathcal{M} . Lembrando que p_i é o quadrimomento das partículas entrando no diagrama e p_f é o quadrimomento das partículas saindo do diagrama.
8. Para cada linha de férmion formando um laço, devemos acrescentar um fator -1 .

2.2.2 Cromodinâmica Quântica – QCD

Em 1954, os físicos Chen Ning Yang e Robert Mills, construíram uma teoria análoga à Eletrodinâmica Quântica, porém para um sistema em que existisse mais de uma carga. Uma generalização da teoria para duas cargas mediadas por uma partícula não possui equivalente na natureza, no entanto, há um sistema no qual coexistem três cargas mediadas por uma única partícula e que segue uma simetria $SU(3)$. O sistema em questão é aquele que descreve as interações fortes [15].

A teoria de Yang-Mills é uma teoria de calibre não-abeliana $SU(N)$ que descreve pares de partículas de spin $1/2$, sendo que as partículas originais trabalhadas haviam sido o próton e o nêutron. O problema, contudo, residia no fato de que o mediador do campo de Yang-Mills deveria ser uma partícula sem massa, que tivesse um longo alcance, para manter a invariância de gauge. Por isso, essa

teoria teve que ser abandonada como uma possível explicação para a interação forte, devido ao fato da partícula mediadora necessitar ter um pequeno alcance [16].

Foi então, necessário a generalização da teoria para suportar um sistema com três cargas. As cargas em questão são as cargas de cor, sendo que existem dois tipos de campo: o campo dos quarks e o campo dos glúons. O primeiro é o que dá forma a todos os hádrons, enquanto que o segundo é o que compõe os glúons.

O grupo de simetria $SU(3)$ é formado por um conjunto de matrizes unitárias 3×3 com determinante $= 1$. Os geradores do grupo devem ser $3^2 - 1 = 8$ matrizes hermitianas 3×3 linearmente independentes entre si e com traço nulo. As matrizes que se adequam à esses requisitos são as matrizes de Gell-Mann. Os autovetores das matrizes representam cada um, uma carga de cor das partículas. Assim, temos respectivamente para a cor vermelha, verde e azul [17]:

$$R = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad G = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Por ser uma teoria relativística, os quarks necessariamente devem obedecer à equação de Dirac. Diferentemente do que na eletrodinâmica quântica, para representarmos um quark no campo correspondente da cromodinâmica quântica, é preciso escrever um vetor que leve em consideração as três cargas existentes. Portanto, uma possível representação do quark é a seguinte:

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi^R \\ \psi^G \\ \psi^B \end{pmatrix}$$

onde $\psi^i, i = R, G, B$ é espinor de Dirac.

O vértice primitivo da QCD é representado pela emissão (ou absorção) de um glúon por um quark, conforme vemos na Figura 2.4.

Quando um glúon é emitido, a cor do quark pode sofrer uma mudança, dependendo qual a coloração desse glúon. Da mesma forma como existem 8 matrizes geradoras da simetria, também existem 8 possíveis combinações de cor para os glúons, formando um octeto de cor, as quais são:

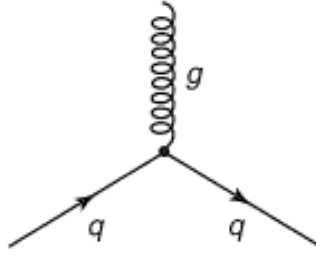


Figura 2.4: Emissão de um glúon por um quark.

$$R\bar{G}, R\bar{B}, G\bar{R}, G\bar{B}, B\bar{R}, B\bar{G}, \sqrt{\frac{1}{2}}(R\bar{R} - G\bar{G}), \sqrt{\frac{1}{6}}(R\bar{R} + G\bar{G} - 2B\bar{B})$$

Ainda existe uma combinação que forma o singlete de cor $\sqrt{\frac{1}{3}}(R\bar{R} + G\bar{G} + B\bar{B})$, porém esta combinação resulta em um glúon “branco”, ou seja, que não carrega cor, e este glúon não existe na natureza. Isso explica o porque da teoria $SU(3)$ ser a teoria correta para a explicação da natureza. Caso o glúon branco existisse, uma outra teoria de grupos ($U(3)$) seria necessária.

Uma diferença crucial existente entre a QED e a QCD, diz respeito à interação bóson-bóson. Na QED, tal interação é impossível, porque o fóton não carrega a carga da teoria, ou seja, não carrega carga elétrica. Por outro lado, como na QCD o glúon carrega a carga da teoria (carga de cor), é possível haver a interação glúon-glúon, como podemos ver na figura 2.5.

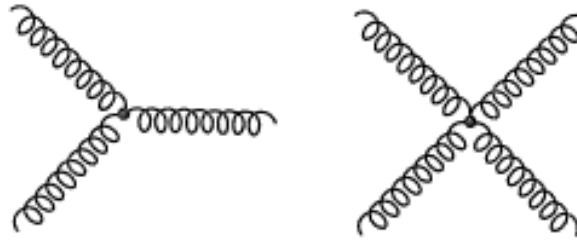


Figura 2.5: Esquerda: Vértice de 3 glúons. Direita: Vértice de 4 glúons.

A lagrangiana da QCD possui a mesma estrutura que a da QED, porém agora a invariância diz respeito ao grupo $SU(3)$ e pode ser escrita como:

$$\mathcal{L}_{\text{QCD}} = \sum_i \bar{\psi}^i (i\not{D} - m) \psi^i - \frac{1}{4} G_{\mu\nu}^a G_a^{\mu\nu} \quad (2.9)$$

onde ψ^i são os campos de quark somados sobre todos os seis sabores e nas três possíveis cores; $\not{D} = \gamma^\mu D_\mu$ e a derivada covariante $D_\mu = \partial_\mu - ig_s A_\mu$. Aqui, não devemos confundir o campo dos

glúons A_μ com a definição de potencial quadri-vetor exposta quando da abordagem da eletrodinâmica quântica. O campo dos glúons A_μ pode ser escrito em termos das matrizes de Gell-Mann λ^a :

$$A_\mu = \frac{1}{2} \sum_a \lambda^a A_\mu^a \quad (a = 1, 2, \dots, 8) \quad (2.10)$$

A constante g_s é a constante de acoplamento da QCD que nos informa quão forte é a interação e tem como valor $g_s = \sqrt{4\pi\alpha_s}$. O último termo da equação (2.9) representa a dinâmica dos campos gluônicos, sendo expressa em termos do tensor antissimétrico $G_{\mu\nu}^a$ como:

$$G_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + g_s f^{abc} A_\mu^b A_\nu^c \quad (2.11)$$

onde f^{abc} são as constantes de estrutura do grupo $SU(3)$. Essas constantes são derivadas da relação de comutação que envolve as matrizes de Gell-Mann:

$$[\lambda^a, \lambda^b] = 2i f^{abc} \lambda^c \quad (2.12)$$

Essas constantes são totalmente antissimétricas, o que faz com que várias delas tenham valor nulo. De fato, só há três valores não - nulos para essas constantes:

$$f^{123} = 1; f^{147} = f^{246} = f^{257} = f^{345} = f^{516} = f^{637} = \frac{1}{2}; f^{458} = f^{678} = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (2.13)$$

As regras de Feynman da QCD são muito semelhantes àsquelas para a QED, mudando basicamente apenas o que segue:

1. Vértice primitivo: $ig_s \gamma^\mu t^a$
2. Vértice de 3 glúons: $g_s f^{abc} [g^{\mu\nu} (k-p)^\rho + g^{\nu\rho} (p-q)^\mu + g^{\rho\mu} (q-k)^\nu]$
3. Vértice de 4 glúons: $-ig_s^2 [f^{abe} f^{cde} (g^{\mu\rho} g^{\nu\sigma} - g^{\mu\sigma} g^{\nu\rho}) + f^{ace} f^{bde} (g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma} - g^{\mu\sigma} g^{\nu\rho}) + f^{ade} f^{bce} (g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma} - g^{\mu\rho} g^{\nu\sigma})]$
4. Propagador do férmion: $S_F(p) = \frac{i(\not{p} + m) \delta_{ij}}{p^2 - m^2} \quad (i = 1, 2, 3)$
5. Propagador do bóson: $D^{\mu\nu}(p) = \frac{-ig^{\mu\nu} \delta_{ab}}{p^2} \quad (a = 1, 2, \dots, 8)$

Além da interação bóson-bóson, a constante de acoplamento também possui um comportamento diverso na QCD. Na QED, como cada vértice introduz um fator $\alpha = 1/137$, ao aumentarmos a energia das partículas, a interação torna-se cada vez mais forte. É predito teoricamente que a uma energia muito alta ocorrerá o chamado polo de Landau. Este polo representa a escala de energia ou de momento, na qual a constante de acoplamento de uma teoria quântica de campos torna-se infinita [18].

Quando comparada com a QED, na QCD acontece o contrário. Ao aumentarmos a energia, a constante de acoplamento α_s torna-se cada vez menor. Ou seja, nas dimensões do núcleo, α_s é grande (causa a força forte), porém ao aumentarmos a energia (ou seja, diminuirmos a distância entre as partículas interagentes), essa constante diminui, a ponto de a interação entre os quarks deixar de existir. A esse fenômeno, damos o nome de *liberdade assintótica* [19] [20], pois os quarks, nessas determinadas condições, comportam-se como se estivessem livres.

3 Fenomenologia de colisões hadrônicas

3.1 O Espalhamento Profundamente Inelástico

Para adentrarmos em alguns conceitos da física de altas energias, vamos brevemente estudar o espalhamento profundamente inelástico (DIS, na sigla em inglês para *Deep Inelastic Scattering*). Este processo caracteriza-se basicamente pelo espalhamento de um lépton por um núcleon, através da troca de um bóson vetorial (geralmente um fóton ou um bóson Z^0), sendo que o núcleon fragmenta-se em vários subprodutos. Como exemplo, tomemos o processo $e + p \rightarrow e + X$, ilustrado na Figura 3.1. Como não sabemos quais são as partículas que compõem X , faz-se uma soma sobre todos os possíveis estados finais. Aqui, avaliaremos apenas o caso conhecido como espalhamento com correntes eletromagnéticas, onde apenas fótons são trocados.

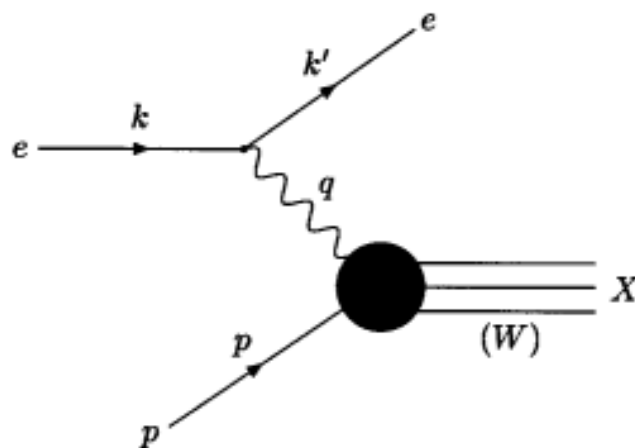


Figura 3.1: Esquema representativo do espalhamento profundamente inelástico $e + p \rightarrow e + X$. Na figura, k^μ e k'^μ representam os quadrimomentos do elétron, $q^\mu = k^\mu - k'^\mu$ é o quadrimomento transferido, p^μ é o quadrimomento do próton e W pode ser considerado como a massa do sistema X .

Podemos definir três principais invariantes de Lorentz, com as quais o processo DIS é normalmente descrito:

$$\begin{aligned}
Q^2 &\equiv -q^2 \\
x_{Bj} &\equiv \frac{Q^2}{2p \cdot q} \\
y &\equiv \frac{p \cdot q}{p \cdot k}
\end{aligned} \tag{3.1}$$

A quantidade Q^2 é conhecida como virtualidade do fóton, y representa a fração de energia do elétron transferida ao próton (no referencial de repouso do próton) e x_{Bj} é o chamado x de Bjorken. Para compreendermos bem essa quantidade, devemos partir da definição da seção de choque para o espalhamento em questão, a qual segue a seguinte relação:

$$d\sigma \sim L_{\mu\nu} W^{\mu\nu} \tag{3.2}$$

onde $L_{\mu\nu}$ é o tensor leptônico e $W^{\mu\nu}$ é o tensor hadrônico. O primeiro é calculado a partir da QED:

$$L_{\mu\nu} = 2[k'_\mu k_\nu + k'_\nu k_\mu - (q^2/2)g_{\mu\nu}] \tag{3.3}$$

Já o tensor hadrônico é um pouco mais complicado de ser determinado a partir de primeiros princípios. Pode-se fazer uma parametrização que seja concernente à teoria da relatividade, obtendo-se assim o seguinte resultado [21]:

$$W^{\mu\nu} = W_1 \left(-g^{\mu\nu} + \frac{q^\mu q^\nu}{q^2} \right) + W_2 \frac{1}{M^2} \left(p^\mu - \frac{p \cdot q}{q^2} q^\mu \right) \left(p^\nu - \frac{p \cdot q}{q^2} q^\nu \right) \tag{3.4}$$

onde W_i são as funções de estrutura do próton e M é a massa do próton. Com isso, a seção de choque pode ser expressa como:

$$\frac{d^2\sigma}{dx_{Bj}dQ^2} = \frac{4\pi\alpha^2}{x_{Bj}Q^4} [y^2 x_{Bj} F_1 + (1-y) F_2] \tag{3.5}$$

onde α é a constante de estrutura fina da eletrodinâmica, $F_1 = MW_1$ e $F_2 = vW_2$, com $v = \frac{p \cdot q}{M}$, definindo assim o chamado escalamento de Bjorken. Devemos ainda ressaltar que F_1 e F_2 são funções finitas.

Esse escalamento só possui sentido se entendermos que o próton na Figura 3.1 é composto por

partículas puntiformes, chamadas *pártons*, nome esse proposto por Feynman no fim da década de 1960. Assim, o próton pode ser considerado como sendo composto por partículas pontuais (tanto quarks como glúons), sendo que ao sofrer a transferência de momento por parte do elétron, falamos da interação do fóton emitido com um dos pártons, tornando este essencialmente livre no momento da interação.

Assim, no intervalo de tempo da interação, esta pode ser escrita como uma soma de probabilidades de espalhamento entre os elétrons e os pártons, através da seguinte integral [22]:

$$\frac{d^2\sigma}{dx_{Bj}dQ^2} = \sum_i \int_0^1 d\xi f_i(\xi) \frac{d^2\sigma}{dx_{Bj}dQ^2} \quad (3.6)$$

As quantidades $f_i(\xi)$ são conhecidas como *funções de distribuição partônica* (PDF's, na sigla em inglês para Parton Distribution Functions), de forma que $f_i(\xi)d\xi$ representa a probabilidade de um fóton atingir um párton i , o qual possui uma fração de momento ξ do próton, com $0 < \xi < 1$. Assim sendo, a fração de momento p do párton pode ser escrita como $p = \xi P$, onde P é o momento total do próton. Vamos agora determinar ξ . Tomando como exemplo o espalhamento mostrado na Figura 3.1, e assumindo que o párton espalhado possui uma massa muito pequena comparada com a virtualidade, teremos:

$$0 \approx (p + q)^2 = 2p \cdot q + q^2 = 2\xi P \cdot q - Q^2 \quad (3.7)$$

Portanto, $\xi = \frac{Q^2}{2P \cdot q}$, que é exatamente a definição do x de Bjorken dada anteriormente. Ou seja, $\xi = x_{Bj}$.

Usando a relação de Callan-Gross [23] $2x_{Bj}F_1 = F_2$, que é aproximadamente válida, podemos reescrever a equação (3.5) da seguinte forma:

$$\frac{d^2\sigma}{dx_{Bj}dQ^2} = \frac{4\pi\alpha^2}{x_{Bj}Q^4} \frac{[1 + (1-y)^2]}{2} F_2 \quad (3.8)$$

Também podemos reescrever as funções F_1 e F_2 em termos das PDF's:

$$F_1 = \frac{1}{2} \sum_i e_i^2 f_i(\xi) \quad F_2 = \sum_i x_{Bj} e_i^2 f_i(\xi) \quad (3.9)$$

onde e_i é a carga da i -ésima espécie de párton, sendo que essas definições para F_1 e F_2 são baseadas

nas hipóteses de que os limites $Q^2 \rightarrow \infty, \nu \rightarrow \infty$ são válidos.

Aqui é que reside a importância do escalamento de Bjorken. Podemos perceber que as funções que aparecem em (3.9) não dependem da virtualidade Q em ordem dominante, ou seja na mais baixa ordem de interação em α_s . Este comportamento é o contrário do que poderíamos supor, já que vimos anteriormente ser a virtualidade intrinsecamente relacionada com as características cinemáticas do elétron espalhado.

Podemos verificar esse comportamento invariante frente à virtualidade observando a Figura 3.2. Ela apresenta uma das primeiras confirmações experimentais da não-dependência das funções de estrutura com Q^2 , com dados retirados de vários experimentos de espalhamento profundamente inelástico realizados com prótons entre o fim da década de 1960 e começo da década de 1970.

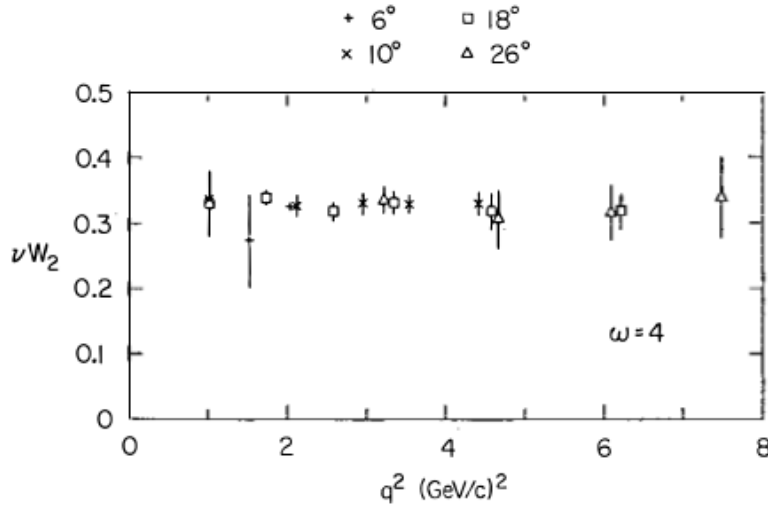


Figura 3.2: Variação de $F_2 = \nu W_2$ com Q^2 , ocorrendo a x_{Bj} constante, sendo $\omega = 1/x_{Bj}$. Os valores de angulação que aparecem na parte superior do gráfico referem-se ao ângulo do espectro corrigido radiativamente no qual foram realizados os vários experimentos. Figura obtida de [24].

Porém, como dissemos, essa invariância que aparece no escalamento de Bjorken, só é estritamente válida quando se está estudando um processo DIS em ordem dominante. Ao se aumentar a ordem, aparecem indícios sutis de uma pequena dependência com a escala. Dependência esta, que toma uma forma logarítmica, conforme podemos ver na Figura 3.3, a qual representa os dados mais recentes obtidos nos aceleradores atuais.

Como exemplo de aplicação dessas funções, vamos calcular o percentual de quarks presentes no interior do próton. Começaremos, calculando a função F_2 para o próton e para o nêutron, considerando apenas a presença de quarks u e d . (Por simplificação, não escreveremos o subscrito “ Bj ” para

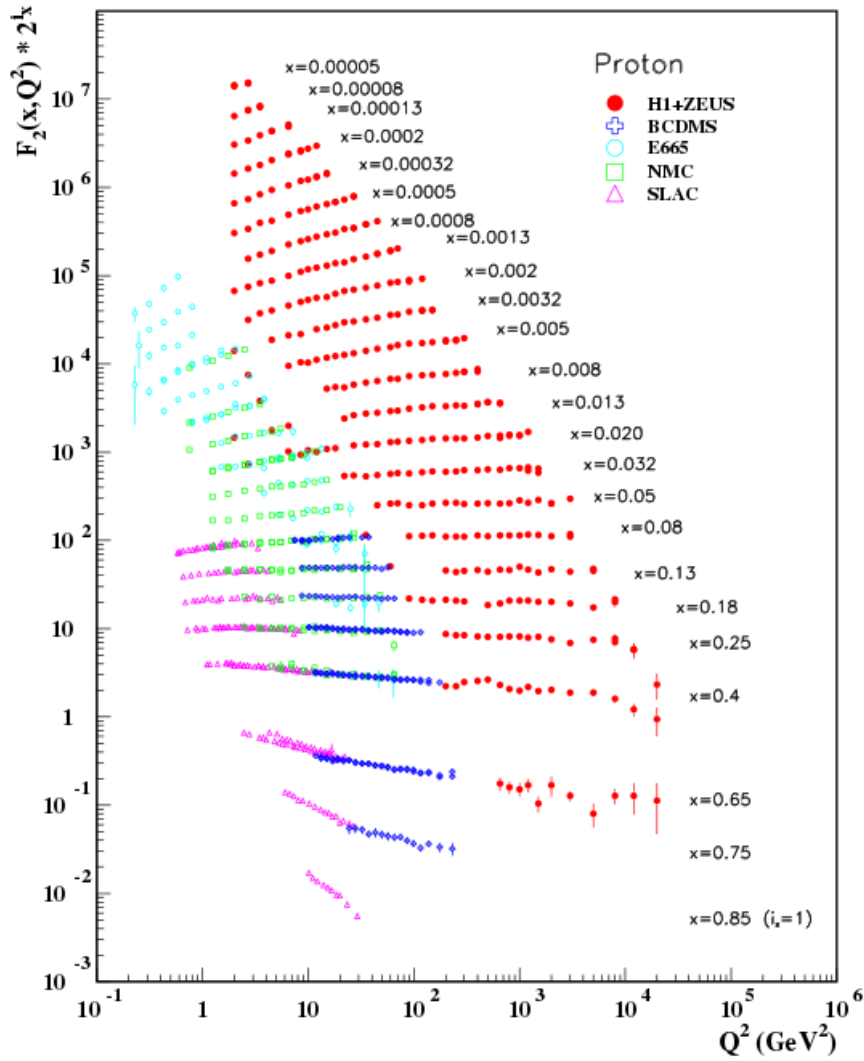


Figura 3.3: Variação de F_2 com Q^2 para vários x de Bjorken. O eixo vertical nos dá o valor de F_2 em termos de um certo i_x que varia de $i_x = 1$ para $x = 0.85$ até $i_x = 24$ para $x = 0.00005$. Figura obtida de [25].

o x de Bjorken).

$$F_2^p(x) = \frac{4}{9}xu(x) + \frac{1}{9}xd(x) \quad F_2^n(x) = \frac{4}{9}xd(x) + \frac{1}{9}xu(x) \quad (3.10)$$

onde $u(x)$ e $d(x)$ são respectivamente as funções de distribuição dos quarks up e down.

Valores de F_2 obtidos em experimentos de espalhamento profundamente inelástico nos dão as seguintes informações:

$$\int_0^1 F_2^p(x) dx = \frac{4}{9}f_u + \frac{1}{9}f_d = 0.18 \quad \int_0^1 F_2^n(x) dx = \frac{4}{9}f_d + \frac{1}{9}f_u = 0.12$$

Calculando os valores de f_u e de f_d :

$$f_u = \int_0^1 xu(x)dx = 0.36 \quad f_d = \int_0^1 xd(x)dx = 0.18$$

Ou seja, somando-se as duas distribuições $f_u = 0.36$ e $f_d = 0.18$, percebemos que os quarks são responsáveis por apenas 54% da energia ou fração de momento do próton, sendo os demais 46% ocupados pelos glúons. Nesse percentual (54%), estão inclusos todos os quarks, tanto os quarks de valência como os quarks de mar. Os quarks de valência são os que efetivamente carregam os números quânticos dos hádrons, já os quarks de mar são quarks e/ou antiquarks que podem estar presentes virtualmente no interior do hádron. Esses quarks surgem na forma de um par quark - antiquark a partir do desdobramento de um glúon. O par formado acaba se aniquilando, formando outro glúon, e assim, o processo continuaria indefinidamente.

Os experimentos envolvendo espalhamento profundamente inelástico tem mostrado que o número de pártons cresce nas regiões de pequeno x com a virtualidade, e diminui nas regiões de grande x . Quando temos baixa virtualidade no processo, os quarks de valência são os dominantes no nucleon. Já quando aumentamos o valor de Q^2 , os quarks de mar acabam prevalecendo. Com relação ao glúon, o mesmo possui grande participação na composição total do núcleon, como visto no exemplo calculado acima. Sua participação nas PDF's aumenta com Q^2 , conforme Figura 3.4.

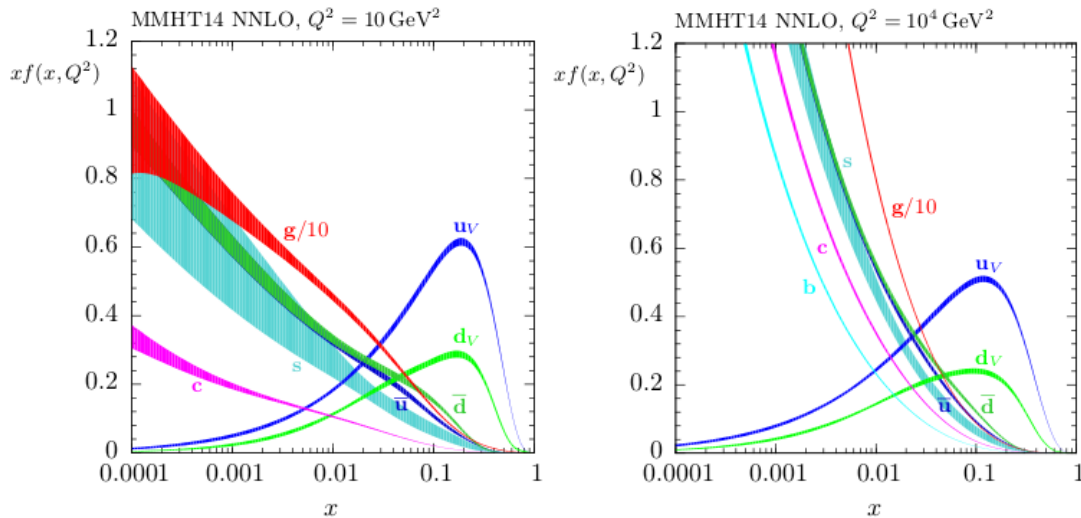


Figura 3.4: PDF's para vários pártons, em $Q^2 = 10\text{GeV}^2$ e $Q^2 = 10^4\text{GeV}^2$ com um nível de confiança de 68% nas barras de erro. A sigla NNLO significa “Next-to-Next-to-Leading Order”, ou seja, Ordem Seguinte à Seguinte à Dominante, mostrando qual a ordem de precisão estudada. Figura obtida de [26].

Diferentemente das funções de estrutura, as funções de distribuição partônicas dependem da es-

cala. Essa dependência é governada por equações de evolução que nos mostram a variação das distribuições dos pártons com uma mudança na escala (virtualidade, por exemplo). Uma das equações de evolução existentes na QCD mais utilizadas é a equação DGLAP¹ que pode ser aplicada quando se está trabalhando no regime perturbativo, isto é no limite em que a constante de acoplamento da QCD (α_s) é muito pequena. A equação DGLAP pode ser escrita como [30]:

$$\mu \frac{d}{d\mu} f_\alpha(x, \mu) = \frac{\alpha_s(\mu)}{\pi} \int_x^1 \frac{d\xi}{\xi} P_{\alpha\beta}(z) f_\beta(\xi, \mu) \quad (3.11)$$

onde μ é a escala (Q^2), α e β são pártons quaisquer e z é a versão partônica do x de Bjorken. Ou seja, $z = \frac{x}{\xi}$. As funções $P_{\alpha\beta}(z)$ são conhecidas como *funções de desdobramento da DGLAP* e podem assumir várias formas, dependendo dos valores de α e β . Basicamente, ela nos dá a probabilidade de que o párton β carregando um momento y , se torne um párton α carregando um momento x após a interação, conforme podemos ver na Figura 3.5. As funções de desdobramento correspondentes à cada processo apresentado se encontram logo na sequência [31].

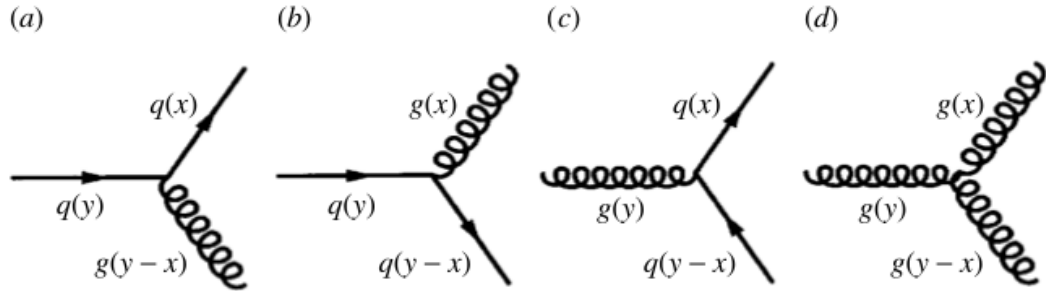


Figura 3.5: Funções de desdobramento da equação DGLAP para quatro diferentes situações. (a) $P_{qq}(x/y)$; (b) $P_{gq}(x/y)$; (c) $P_{qg}(x/y)$; (d) $P_{gg}(x/y)$. Figura obtida de [32].

1. $P_{qq}(z) = P_{qq}(x/y) = \frac{4}{3} \frac{1+z^2}{1-z}$
2. $P_{gq}(z) = P_{gq}(x/y) = \frac{4}{3} \frac{1+(1-z)^2}{z}$
3. $P_{qg}(z) = P_{qg}(x/y) = \frac{1}{2} [z^2 + (1-z)^2]$
4. $P_{gg}(z) = P_{gg}(x/y) = 6 \left[\frac{1-z}{z} + \frac{z}{1-z} + z(1-z) \right]$

¹A sigla DGLAP é proveniente das iniciais dos 5 pesquisadores que descobriram essa equação de evolução de forma independente na década de 1970. São eles Dokshitzer, Gribov, Lipatov, Altarelli e Parisi. Conforme [27], [28] e [29].

A equação DGLAP dá a dependência das PDF's com a escala, mas não pode fazer uma predição acurada da dependência com x . Este dado precisa ser obtido experimentalmente.

3.2 Espalhamento entre pártons

Em processos de espalhamento, costuma-se definir quantidades cinemáticas invariantes do processo, sob a forma de três variáveis, chamadas *variáveis de Mandelstam* [33], as quais em um processo $2 \rightarrow 2$ do tipo $p_1 + p_2 \rightarrow p_3 + p_4$ são escritas como:

$$s = (p_1 + p_2)^2 = (p_3 + p_4)^2 \quad (3.12)$$

$$t = (p_1 - p_3)^2 = (p_2 - p_4)^2 \quad (3.13)$$

$$u = (p_1 - p_4)^2 = (p_2 - p_3)^2 \quad (3.14)$$

As variáveis de Mandelstam obedecem a seguinte relação:

$$s + t + u = \sum m_i^2 \quad (3.15)$$

onde m_i é a massa invariante das partículas. Essas variáveis correspondem cada uma, à um diagrama específico no qual a partícula trocada possui o quadrado do seu quadrimomento igual à s , t ou u . Tais diagramas são conhecidos como canais e podem ser visualizados na Figura 3.6.

Como resultado da colisão entre hádrons, podemos ter dois tipos de espalhamento resultantes: duro ou suave. O espalhamento duro (*hard scattering*), característico da produção de observáveis pesados (por exemplo bósons W e Z) em altas energias, possui suas propriedades bem descritas, ainda que parcialmente, em termos da QCD perturbativa. Já para o espalhamento suave (*soft scattering*), a QCD perturbativa não alcança resultados satisfatórios, devendo ser necessário utilizar-se de técnicas não - perturbativas, como por exemplo, a QCD na rede [34].

Por causa da liberdade assintótica, as colisões entre hádrons podem ser calculadas perturbativamente no limite de altas energias como colisões entre pártons. Em altas energias, os pártons podem ser estudados através da QCD perturbativa, enquanto os hádrons são objeto de estudo da QCD não-perturbativa. Essa separação se dá devido à fatorização, a qual define as distribuições de pártons

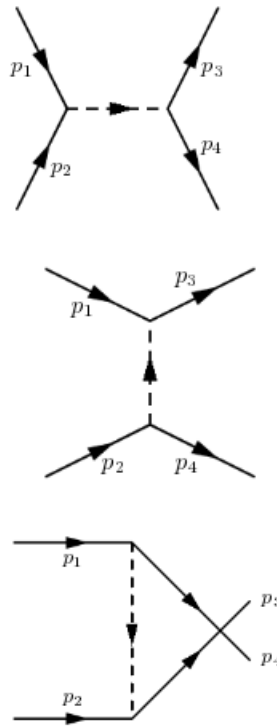


Figura 3.6: Canal - s (Superior), Canal - t (Centro), Canal - u (Inferior)

dentro de cada hádron. Avaliaremos aqui dois processos duros, comumente encontrados em física de altas energias: o espalhamento simples de pártons e o espalhamento duplo de pártons.

3.2.1 O espalhamento simples de pártons

O processo em que um único párton de um próton interage com um único párton de outro próton, recebe o nome de espalhamento simples de pártons (SPS, na sigla em inglês para Single Parton Scattering). Esse processo pode ser visualizado na Figura 3.7.

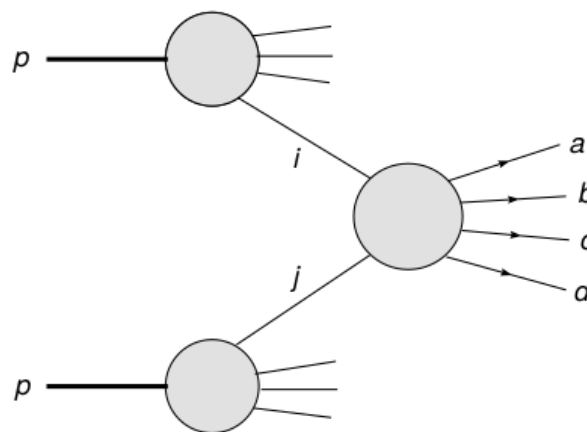


Figura 3.7: Mecanismo de um processo SPS no qual os pártons i e j interagem formando subprodutos segundo $ij \rightarrow abcd$. Figura adaptada de [35].

O espalhamento sofrido é caracterizado por uma seção de choque partônica $\hat{\sigma}$ que depende das PDF's. Para calcularmos a seção de choque hadrônica σ do processo é necessário fazermos uma soma sobre todas as possibilidades de espalhamento parton - parton e integrar sobre as frações de momento. Considerando a colisão da Figura 3.7, sendo os prótons interagentes p_1 e p_2 , podemos escrever a seção de choque hadrônica como:

$$d\sigma = \sum_{i,j} \int f_{p_1}^i(x_1, \mu) f_{p_2}^j(x_2, \mu) d\hat{\sigma}_{(ij \rightarrow abcd)}(x_1, x_2, \mu) dx_1 dx_2 \quad (3.16)$$

Na equação (3.16), $f(x_i, \mu)$ são as PDF's, sendo μ a escala de fatorização utilizada.

3.2.2 O espalhamento duplo de partons

Interações Partônicas Múltiplas (MPI, na sigla em inglês para Multiple Parton Interactions) ocorrem quando mais de um parton participa na mesma colisão hadrônica. Com o advento do LHC na última década, este tipo de processo físico pode ser estudado mais detalhadamente. Uma típica interação MPI em baixas escalas é o espalhamento duplo de partons (DPS, na sigla em inglês para Double Parton Scattering), o qual ocorre quando dois partons de dois prótons diferentes interagem entre si, produzindo partículas com elevada massa ou momento transversal. A Figura 3.8 ilustra esse fenômeno, o qual é o mais simples processo MPI.

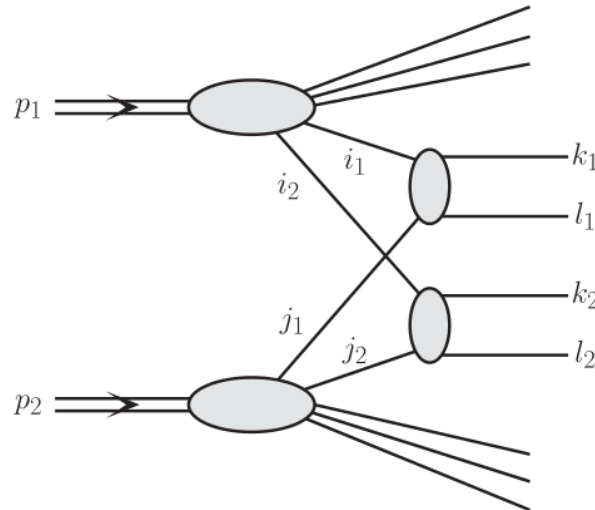


Figura 3.8: Mecanismo do espalhamento duplo de partons no qual os partons do primeiro próton são chamados i_1 e i_2 e os do segundo próton j_1 e j_2 . Os dois subprocessos duros são $A(i_1 j_1 \rightarrow k_1 l_1)$ e $B(i_2 j_2 \rightarrow k_2 l_2)$. Esta figura foi adaptada de [36].

A ocorrência de um processo DPS em colisões hadrônicas depende fortemente da densidade de

pártons existente nos hádrons colidentes. Uma maior densidade de pártons leva a uma maior probabilidade de ocorrência de DPS. Conforme podemos verificar na Figura 3.4, em regiões de pequeno x , ou seja, regiões que apresentam pártons com pequenas frações de momento, há uma grande densidade de quarks e glúons. Apenas com o LHC é que conseguimos obter dados relativos à frações de momento tão baixas. Outros aceleradores de partículas que trabalhavam em energias menores não eram capazes de investigar tais regiões. Ou seja, o processo DPS só se torna claramente perceptível em altas energias.

Uma outra forma de verificação é através das funções de desdobramento da equação DGLAP para a produção de glúons. Analisando-as, percebemos que elas variam com o inverso de z , o que consequentemente leva à um aumento na densidade de pártons para pequenos valores de x , já que $z = x/y$.

Podemos ainda analisar um caso concreto. Szczurek [37] estudou a produção do par $c\bar{c}$ via SPS e do produto $c\bar{c}c\bar{c}$ via DPS. Como podemos ver na Figura 3.9, somente com a energia do centro de massa em torno de 1 TeV, é que o processo DPS passa a contribuir. À medida que a energia vai aumentando, essa contribuição torna-se cada vez mais importante, chegando ao ponto de igualar à do processo SPS em energias acima de 20 TeV. Esta é uma situação totalmente nova, que veio a tona com a realização de previsões teóricas, sendo que ainda não há uma explicação totalmente satisfatória sobre o que realmente acontece nestas elevadas energias de colisão.

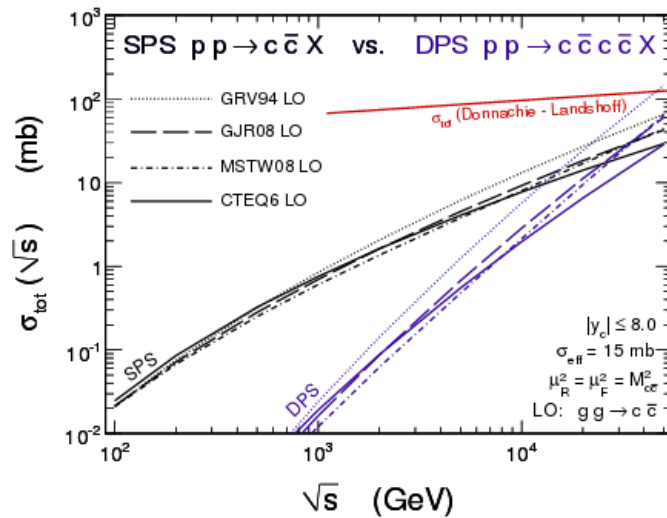


Figura 3.9: Seção de choque em ordem dominante para a produção de $c\bar{c}$ via SPS e de $c\bar{c}c\bar{c}$ via DPS, com a utilização de várias PDF's. A linha vermelha representa uma parametrização para a seção de choque total realizada por [38]. Esta figura foi adaptada de [37].

Para calcular a seção de choque para o processo DPS ilustrado na Figura 3.8, vamos calcular como primeira aproximação, a seção de choque independente SPS para os dois processos. Assim, as seções de choque diferenciais SPS são:

$$d\sigma_1^{\text{SPS}} = \sum_{i_1, j_1} \int f_{p_1}^{i_1}(x_1, \mu_1) f_{p_2}^{j_1}(x'_1, \mu_1) d\hat{\sigma}_{(i_1 j_1 \rightarrow k_1 l_1)}(x_1, x'_1, \mu_1) dx_1 dx'_1 \quad (3.17)$$

$$d\sigma_2^{\text{SPS}} = \sum_{i_2, j_2} \int f_{p_1}^{i_2}(x_2, \mu_2) f_{p_2}^{j_2}(x'_2, \mu_2) d\hat{\sigma}_{(i_2 j_2 \rightarrow k_2 l_2)}(x_2, x'_2, \mu_2) dx_2 dx'_2 \quad (3.18)$$

A seção de choque diferencial DPS é então calculada pela equação (3.19):

$$d\sigma^{\text{DPS}} = \frac{m}{2} \frac{d\sigma_1^{\text{SPS}} d\sigma_2^{\text{SPS}}}{\sigma_{\text{eff}}} \quad (3.19)$$

O fator m que aparece em (3.19) determina a distinguibilidade dos estados finais criados após as colisões. Se $m = 1$, os estados finais são indistinguíveis e se $m = 2$, os estados finais são distinguíveis [39]. A seção de choque efetiva σ_{eff} faz uma predição quantitativa da distribuição transversal de párons em uma colisão hadrônica [40].

Em uma primeira aproximação, o processo DPS depende basicamente das frações de momento longitudinal e de suas correspondentes escalas de fatorização. Contudo, estudos recentes [41] e [42], mostram que estas informações não são suficientes para descrever o espalhamento p - p (próton - próton). É necessário ainda a distância transversal \mathbf{b} entre os dois párons, além das duas frações de momento longitudinal dos dois párons x_1 e x_2 . Portanto, precisamos de uma distribuição dupla de párons designada $F(x_1, x_2, \mathbf{b})$.

Pode ser assumido que a densidade de dois párons fatoriza da seguinte forma [43]:

$$F(x_1, x_2, \mathbf{b}) = f(x_1) f(x_2) G(\mathbf{b}) \quad (3.20)$$

A PDF dupla pode ser decomposta em uma componente longitudinal e uma componente transversal, o que nos traz duas suposições [44]:

i) a componente transversal é expressa em termos da função sobreposição

$$G(\mathbf{b}) = \int F_{\perp}(\mathbf{b}_1) F_{\perp}(\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}) d^2\mathbf{b}_1 \quad (3.21)$$

a qual representa a área transversal efetiva de sobreposição das interações partônicas que produzem os fenômenos característicos do processo DPS. A função partônica $F_{\perp}(\mathbf{b})$ nos dá a densidade partônica dentro dos prótons colidentes em função do parâmetro de impacto.

ii) a componente longitudinal pode ser calculada como o produto “diagonal” das duas PDF’s independentes.

Em alguns casos, a equação (3.20) obviamente não é válida, por exemplo, quando $x_1 = 0.8$ e $x_2 = 0.7$, devido à conservação de momento. Todavia, quando $x_i \rightarrow 0$, temos uma aproximação razoável.

A seção de choque efetiva σ_{eff} que aparece na equação (3.19) pode ser escrita em termos da função sobreposição na equação (3.22), sendo que a expressão depois da segunda igualdade foi recentemente encontrada por [45] e usa a transformada de Fourier $F(\mathbf{r})$ de $G(\mathbf{b})$, que é dependente apenas em \mathbf{r}^2 .

$$\frac{1}{\sigma_{\text{eff}}} = \int d^2b G^2(\mathbf{b}) = \int \frac{d^2\mathbf{r}}{(2\pi)^2} [F(\mathbf{r})]^4 \quad (3.22)$$

A Figura 3.10 mostra medidas da seção de choque efetiva realizadas em diferentes experimentos e energias. Num primeiro olhar, parece que o valor obtido está crescendo com a energia, porém não podemos nos esquecer de avaliar a barra de erros de cada medida, sendo que as mesmas não são desprezíveis. O valor médio da seção de choque efetiva obtido nos mais recentes experimentos, encontra-se na faixa de 15 mb - 20 mb, conforme se observa na Figura 3.10.

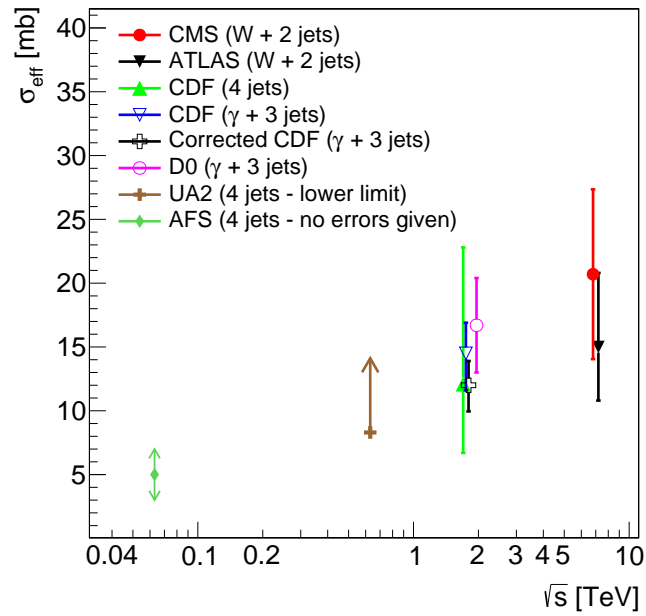


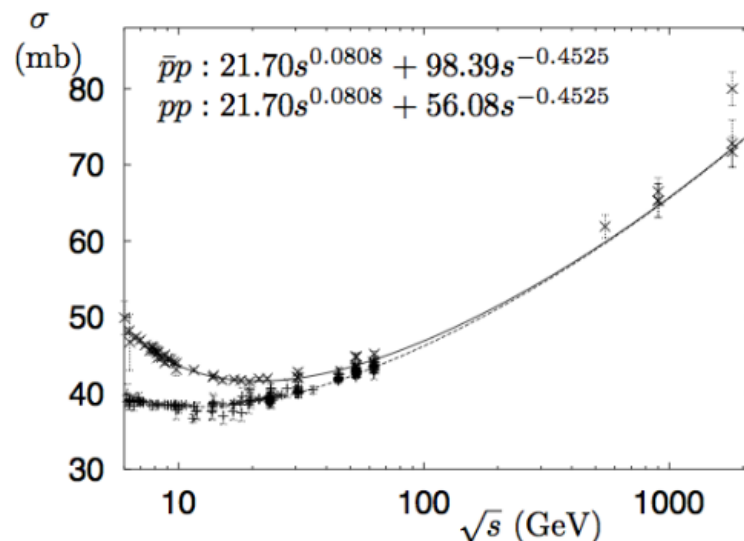
Figura 3.10: σ_{eff} medido por diferentes experimentos usando diferentes processos [46]. O ponto “Corrected CDF” indica um valor corrigido de σ_{eff} [47]. Esta correção realizada levando em consideração uma função sobreposição normalizada $G(\mathbf{b})$, a qual nos fornece uma σ_{eff} independente das seções de choque individuais SPS. Esta figura foi obtida de [40].

4 Seção de choque total

4.1 Resultados Experimentais

A Figura 4.1 mostra os valores da seção de choque para vários processos. Como podemos perceber, a seção de choque para um processo de espalhamento próton-próton é dominada pela QCD suave [48], através da qual se estudam as interações com baixo momento transferido. Olhando-se para a variação da seção de choque total, poderia-se imaginar que a mesma não é dependente da energia. Porém, isso não é verdade, já que a escala utilizada é dilog, e pelo fato de que em regiões de mais baixa energia, a seção de choque total depende fortemente da energia, conforme vemos na Figura 4.2.

Sabe-se que o valor da seção de choque total está aumentando com o aumento da energia nas colisões envolvendo hádrons. Todavia, esperava-se que um aumento na energia acarretasse em uma diminuição da seção de choque. Afinal, era esse o comportamento encontrado nas colisões em energias até em torno de 20 GeV. Contudo, com o aprimoramento na tecnologia e a consequente melhora na capacidade dos colisores em acelerar as partículas, os dados que foram sendo adquiridos, apontavam para um crescimento da seção de choque total, até agora não totalmente compreendido, como podemos notar na Figura 4.2.



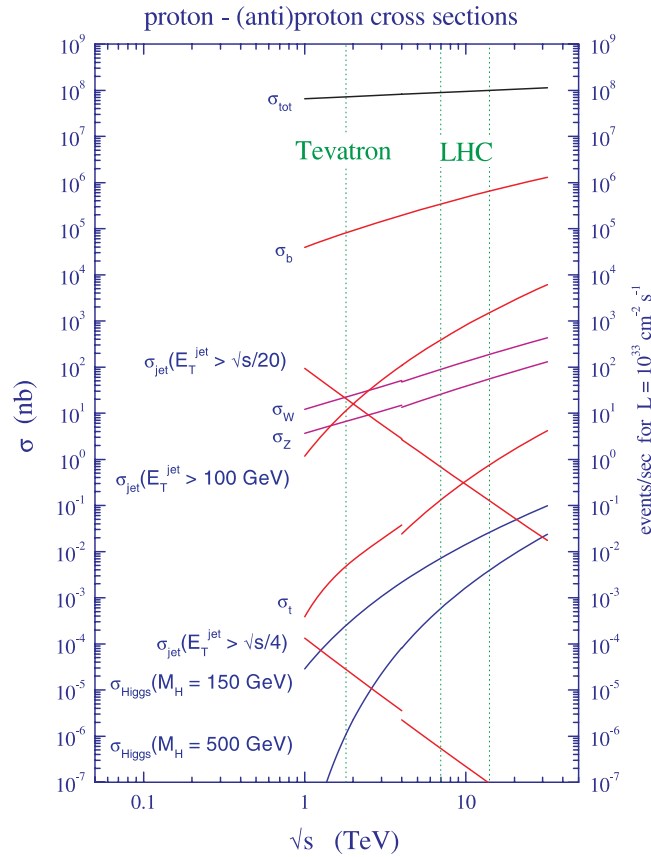


Figura 4.1: Valores da seção de choque para vários processos em função de \sqrt{s} . A descontinuidade em algumas linhas representa a alteração no tipo de colisão estudada ($p\bar{p}$ no Tevatron para pp no LHC). Processos governados por interações fortes possuem seções de choque maiores do que processos governados por interações eletrofracas. Esta figura foi obtida de [34].

Figura 4.2: Seção de choque total em uma colisão hadrônica em função de \sqrt{s} . A linha contínua representa a colisão próton-antipróton, enquanto a linha tracejada representa a colisão próton-próton. A figura foi obtida de [49].

Alguns pontos interessantes podem ser levantados pela análise da Figura 4.2. Nas regiões de baixa energia ($\sqrt{s} \leq 200$ GeV), os valores de $\sigma_{tot}(pp)$ e $\sigma_{tot}(p\bar{p})$ são diferentes, indicando que os quarks de valência são os que predominam, enquanto que nas regiões de maior energia, as seções de choque totais são as mesmas para os dois processos, indicando que são os quarks de mar e os glúons que dominam o espalhamento. Isso se deve ao fato de esses componentes serem considerados simétricos na simetria $SU(3)$ [48].

A primeira evidência experimental do comportamento observado na Figura 4.2 foi encontrado em resultados advindos do acelerador de partículas de Serpukhov, localizado nas proximidades de Moscou, na Rússia, com dados obtidos à uma energia de 60 GeV em experimentos envolvendo os espalhamentos $\pi^\pm p$ e $K^\pm p$. Porém, o primeiro sinal indiscutível do aumento da seção de choque total com o aumento na energia veio através de resultados observados nos experimentos ISR (Intersecting

Storage Rings, no CERN) e NAL (National Accelerator Laboratory, no Caltech) [50].

A colaboração TOTEM (TOTAl cross section, Elastic scattering and diffraction dissociation Measurement) do LHC, cuja primeira medida foi realizada em setembro de 2011, tem confirmado os resultados precedentes. Essa colaboração possui três focos principais de trabalho: a determinação precisa da seção de choque total em processos hadrônicos, a medida do espalhamento elástico em uma vasta região cinemática e o estudo de processos difrativos [51].

Contudo, os aceleradores de partículas não são os únicos meios possíveis de se obter informações experimentais em altas energias. Uma outra possibilidade é a detecção de raios cósmicos em observatórios especializados. Funcionando plenamente desde 2005, o observatório de Raios Cósmicos Pierre Auger, localizado em Malargüe, na Argentina, possui hoje em dia o maior conjunto de detectores voltados ao estudo dos chuviros atmosféricos e é o que vem obtendo os melhores e mais significativos resultados em altíssimas energias (~ 60 TeV) [52].

Dentre os principais objetivos da colaboração Pierre Auger podemos destacar a iniciativa em descobrir a origem e medir a composição dos raios cósmicos ultra-energéticos. Estes “raios” são compostos por partículas provenientes do espaço que viajam com velocidades próximas da luz, e que ao colidirem com a atmosfera, geram novas partículas, as quais são detectadas através de dois mecanismos: detectores de superfície e detectores de fluorescência.

Os estudos com raios cósmicos são fundamentais para a compreensão das propriedades das partículas elementares, devido à sua altíssima energia, não obtida nos aceleradores terrestres. Apenas para comparação, o raio cósmico de mais alta energia já encontrado possui uma energia cem milhões de vezes maior que a das partículas produzidas no LHC.

4.2 Teoria de Regge e Modelos Preditivos

Vários modelos teóricos já foram e continuam sendo construídos na tentativa de explicar o fenômeno do crescimento da seção de choque após a energia de 20 GeV. A maioria dos modelos que pretendem prever o comportamento da seção de choque com o aumento de s (energia do centro de massa ao quadrado) levam em consideração o limite de Froissart-Martin [53, 54], que nos diz que a seção de choque entre partículas não pode crescer mais rápido do que o quadrado do logaritmo de s . Em termos matemáticos, temos:

$$\sigma_{tot}(s) \leq C \ln^2 \frac{s}{s_0} \quad (4.1)$$

sendo a constante C obtida por Lukaszuk e Martin [55], cujo valor é aproximadamente $C \leq \pi/m_\pi^2 \approx 60\text{mb}$.

Uma boa predição teórica desse comportamento foi a parametrização realizada pela colaboração COMPETE (COMputerized Models, Parameter Evaluation for Theory and Experiment) [56, 57], que baseou seus estudos em 256 parametrizações analíticas diferentes para uma energia do centro de massa de no máximo 1 TeV para espalhamento $\bar{p}p$ no Tevatron. Foram incluídas todas as medidas de seção de choque realizadas até então (2002), dos seguintes espalhamentos: pp , $\bar{p}p$, $\pi^\pm p$, $K^\pm p$, γp , $\gamma\gamma$ e $\Sigma^- p$. Recentemente, a colaboração TOTEM, em experimentos realizados à 7 TeV, também encontrou evidências de um crescimento da seção de choque dependente com $\ln^2 s$ [58].

O método utilizado para descrever os espalhamentos que ocorrem com pouco momento transferido é a teoria de Regge, formulada por Tullio Regge, em 1959 [59]. Sua teoria nos diz que o momento angular das partículas pode assumir valores complexos e prevê a introdução de polos no plano complexo do momento angular, chamados polos de Regge [60]. Regge observou uma relação linear entre o momento angular total J e a massa M de ressonâncias hadrônicas, as quais, num gráfico $J \times M^2$, correspondiam a valores inteiros ou semi-inteiros de J . Estes valores correspondem aos polos de Regge [61].

Na teoria de Regge, as interações são descritas por meio da troca de mésons virtuais, chamados Reggeons. Tais partículas seriam polos móveis na amplitude de espalhamento, apresentando portanto, dependência com a energia. Chew *et al.* [62] propuseram que os Reggeons são os polos de Regge que se movem no plano descrevendo caminhos, conhecidos como trajetórias de Regge. A Figura 4.3 mostra a trajetória de Regge para a família do méson ρ .

Essas trajetórias podem ser parametrizadas no canal t , como:

$$\alpha(t) = \alpha(0) + \alpha' t \quad (4.2)$$

onde $\alpha(0)$ é o coeficiente linear da trajetória (sua intersecção) e α' é o respectivo coeficiente angular (sua inclinação). A teoria inicialmente considerava apenas que a seção de choque decrescia com o

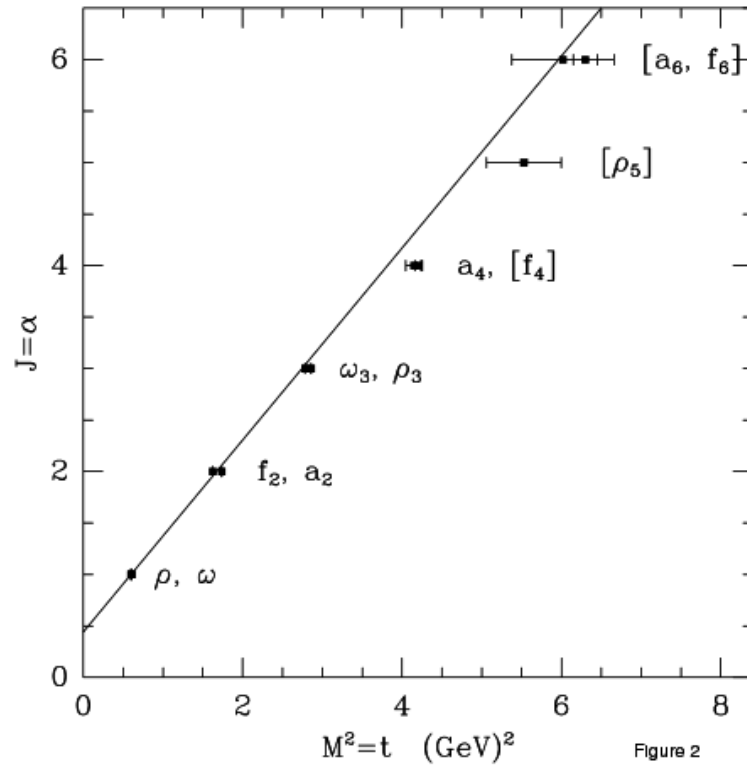


Figura 4.3: Diagrama de Chew-Frautschi da trajetória da família do méson ρ . Os seis pontos representam seis pares de mésons semelhantes que se adequam à referida trajetória. A figura foi obtida de [63].

aumento da energia. Nesse caso, a trajetória de Regge só poderia ter um valor de intersecção menor que 0.5. Para explicar o comportamento constante da seção de choque, Chew e Frautschi [64] e Gribov [65] introduziram uma trajetória de Regge com um valor de intersecção igual a 1. À essa nova partícula, denominou-se Pomeron, a qual possui os números quânticos do vácuo [66]. O nome Pomeron foi uma homenagem ao físico russo Isaak Pomeranchuk, que foi o primeiro a demonstrar que em altas energias, as seções de choque para os processos de colisão pp e $p\bar{p}$ devem ser iguais. Uma possível trajetória do pomeron pode ser vista na Figura 4.4.

Ainda não foi detectada nenhuma partícula dentro da camada de massa que siga qualquer das trajetórias propostas para o Pomeron. Um possível elemento de troca que deve estar presente durante a interação é o chamado “glueball”, uma partícula hipotética que seria formada apenas por um aglomerado de glúons, sem a presença de nenhum quark. No entanto, até agora nenhuma medida experimental pode confirmar ou negar essa suposição.

A parametrização realizada pelo COMPETE para a seção de choque possui uma contribuição M^{ab} devido aos Reggeons (mésons ρ , ω , a e f) e uma contribuição H^{ab} devido ao Pomeron, sendo escrita como:

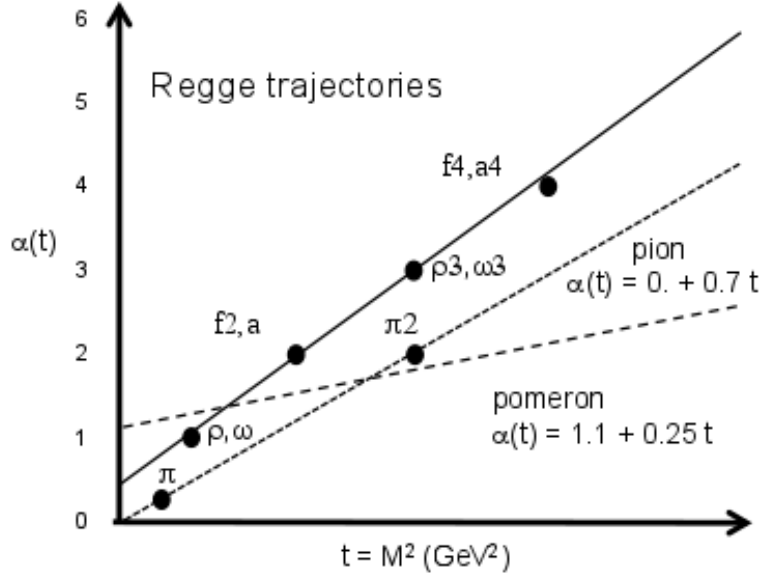


Figura 4.4: Diagrama de Chew-Frautschi mostrando as trajetórias de algumas famílias de mésons, onde destacamos as parametrizações do pión e uma representação de uma possível trajetória para o pomeron. A figura foi obtida de [48].

$$\sigma_{tot}^{ab} = \frac{M^{ab}(s) + H^{ab}(s)}{s} \quad (4.3)$$

É necessário nesse ponto avaliar a conjugação de carga para os mésons participantes. Espera-se um valor de $\alpha(0)$ diferente para diferentes valores da paridade de carga C . Nesse caso, temos $C = 1$ para os mésons a e f , e $C = -1$ para os mésons ρ e ω . Assim, teremos duas contribuições devido aos Reggeons:

$$M^{ab} = Y_+^{ab} \left(\frac{s}{s_0} \right)^{\alpha_+} \pm Y_-^{ab} \left(\frac{s}{s_0} \right)^{\alpha_-} \quad (4.4)$$

com $s_0 = 1 \text{ GeV}^2$. A contribuição H^{ab} do Pomeron leva em consideração um termo $P^{ab} = sC^{ab}$, o qual representa um polo simples na trajetória de Regge do Pomeron para o caso $J = 1$. Além desse termo, o Pomeron possui ainda outras três possibilidades de contribuição, dependendo do número de polos:

1. para um polo simples suplementar em $J = \alpha_\varphi$, com $\alpha_\varphi > 1$:

$$H^{ab} = X^{ab} \left(\frac{s}{s_0} \right)^{\alpha_\varphi} \quad (4.5)$$

2. para um polo duplo em $J = 1$:

$$H^{ab} = s \left[B^{ab} \ln \left(\frac{s}{s_0} \right) + A^{ab} \right] \quad (4.6)$$

3. para um polo triplo em $J = 1$:

$$H^{ab} = s \left[B^{ab} \ln^2 \left(\frac{s}{s_1} \right) + A^{ab} \right] \quad (4.7)$$

com $s_0 = 1 \text{ GeV}^2$ e s_1 é determinado pelo ajuste realizado. No caso geral, as constantes C^{ab} e A^{ab} são independentes e estão associadas a comportamentos diversos em t . Porém, tomando $t = 0$, elas não são distinguíveis entre si. Elas se mesclam e assim, nos casos de polos duplos e triplos ficamos com:

1. para o polo duplo

$$H^{ab} = s \left[B^{ab} \ln \left(\frac{s}{s_0} \right) + Z^{ab} \right] \quad (4.8)$$

2. para o polo triplo

$$H^{ab} = s \left[B^{ab} \ln^2 \left(\frac{s}{s_1} \right) + Z^{ab} \right] \quad (4.9)$$

onde $Z^{ab} = C^{ab} + A^{ab}$.

Algumas restrições nos parâmetros das equações acima, tiveram que ser tomadas para garantir uma boa predição, sendo elas: degenerescência das trajetórias dos reggeons ($\alpha_+ = \alpha_-$), B^{ab} tomado independente dos hádrons, fatorização dos resíduos no caso de colisões $\gamma\gamma$ e γp , além da regra de contagem dos quarks e da relação de Johnson-Treiman-Freund [67, 68]. Com essas restrições, o modelo obteve o seguinte resultado para colisões pp e $\bar{p}p$:

$$\sigma_{tot}^{\bar{p}p, pp} = 43 \left(\frac{s}{s_0} \right)^{-0.46} \pm 33 \left(\frac{s}{s_0} \right)^{-0.545} + 35.5 + 0.307 \ln^2 \left(\frac{s}{29} \right) \quad (4.10)$$

Essa predição inclui erros estatísticos calculados através da matriz erro E_{ij} , definida como:

$$\Delta Q = \sum_{ij} E_{ij} \frac{\partial^2 Q}{\partial x_i \partial x_j} \quad (4.11)$$

onde $Q = \sigma_{tot}$ e $x_{i,j}$ são os parâmetros do modelo. Assim, a colaboração COMPETE chegou à sua predição para o valor da seção de choque total, mostrada na Figura 4.5:

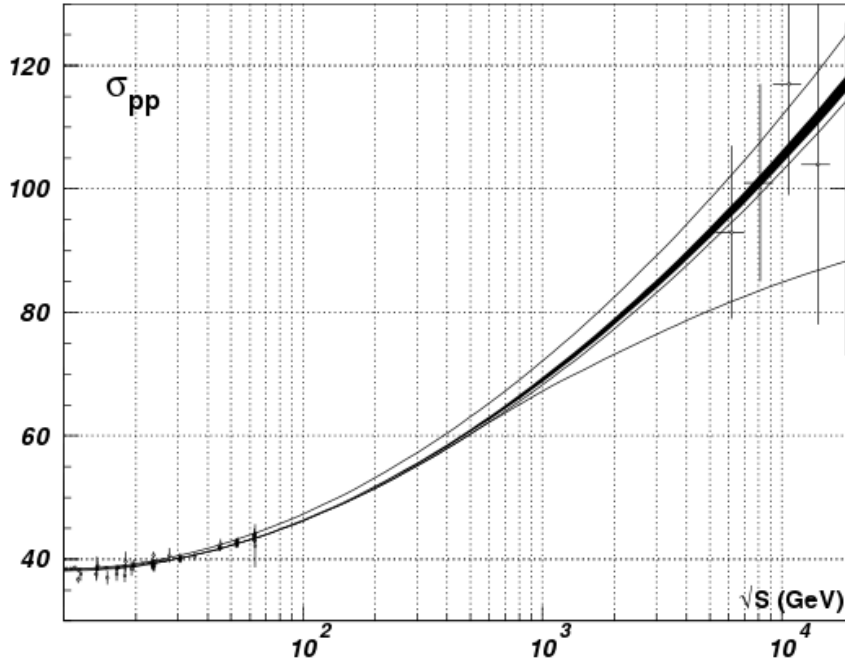


Figura 4.5: Predição da seção de choque total realizada pela colaboração COMPETE. A seção de choque é dada em mb. Figura obtida de [69].

4.3 Modelo de Fagundes, Menon e Silva

Podemos citar como modelo descritivo, o modelo desenvolvido por Fagundes, Menon e Silva (modelo FMS) [70], no qual é utilizada uma parametrização introduzida por Amaldi *et al.* [71] e depois utilizada pela colaboração UA4/2 [72]. O objetivo principal do trabalho por eles desenvolvido, foi verificar se a lei de crescimento da seção de choque com o quadrado do logaritmo de s é a única válida, ou se é possível o expoente de \ln ser diferente de 2.

A parametrização utilizada é caracterizada por possuir contribuições na potência para baixas energias (Reggeons) e contribuições principais para altas energias (Pomerons), parametrizada por uma lei do logaritmo da energia, com o expoente γ sendo um parâmetro real. Vemos aí, que não é proposto como expoente do logaritmo o número 2, mas sim, simplesmente um número real qualquer.

Fagundes, Menon e Silva utilizaram em seu trabalho, dois métodos diferentes de análise. No Método 1 foi utilizado como ponto de partida para o conjunto de parametrizações, os dados oriundos da colaboração COMPETE, enquanto que no Método 2, foram tomados os parâmetros do diagrama de Chew - Frautschi como fixos. Também foram avaliadas duas situações: colisões ocorrendo na faixa de energia de centro de massa $5 \text{ GeV} \leq \sqrt{s} \leq 1.8 \text{ TeV}$, e também os dados mais recentes a 7 TeV, obtidos a partir dos dados da colaboração TOTEM.

Os resultados encontrados sugerem que em regiões de mais alta energia (à 7 TeV), γ é um pouco maior do que 2, enquanto que com os dados de 1,8 TeV, a discrepância entre dados observada, indica que o parâmetro pode ser aproximado por 2. Os resultados obtidos a 7 TeV, retomam resultados obtidos por [71] e [72]. Podemos visualizar essas informações na Figura 4.6.

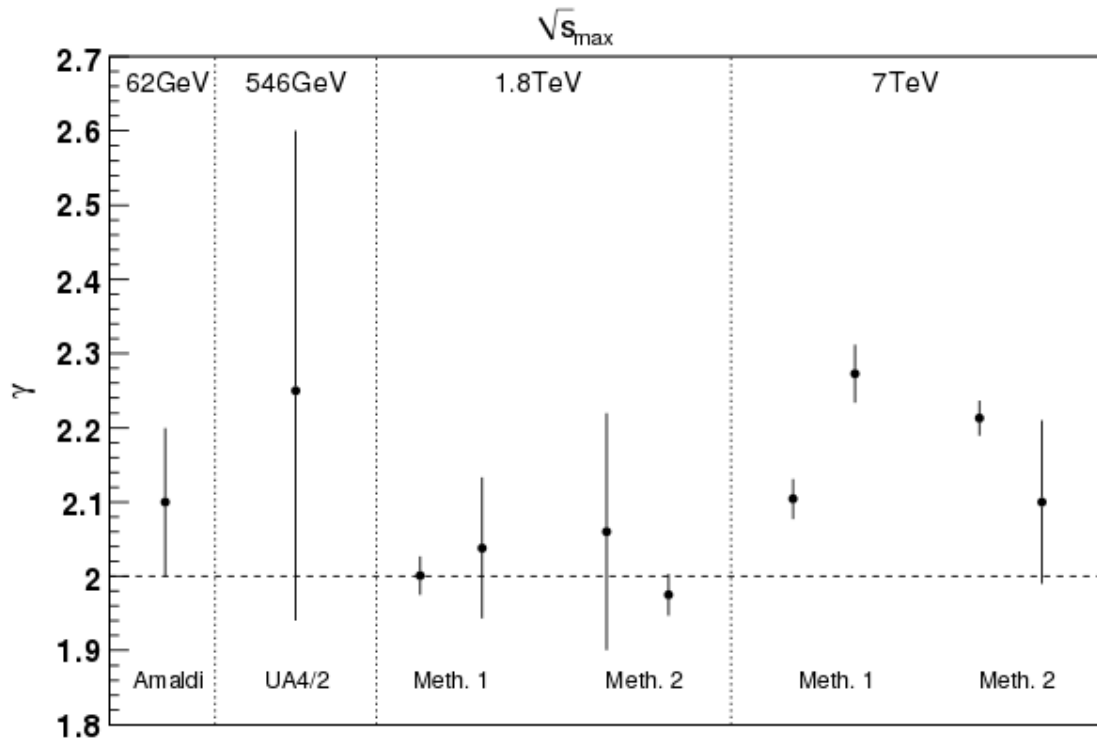


Figura 4.6: Resultados encontrados para o expoente γ utilizando as parametrizações de Amaldi [71], da colaboração UA4/2 [72] e os dois métodos de Fagundes, Menon e Silva [70], considerando γ um parâmetro livre. Figura obtida de [70].

5 Resultados

5.1 Cálculo da seção de choque inclusiva em SPS para o processo $gg \rightarrow gg$

Temos a seguinte expressão geral para o cálculo de $\hat{\sigma}$:

$$d\hat{\sigma} = \frac{1}{2E_1 2E_2 |v_1 - v_2|} \frac{d^3 k_3}{2E_3 (2\pi)^3} \frac{d^3 k_4}{2E_4 (2\pi)^3} |\mathcal{M}|^2 (2\pi)^4 \delta^4(k_1 + k_2 - k_3 - k_4) \quad (5.1)$$

A equação acima tradicionalmente é descrita como possuindo três partes, sendo uma delas o elemento de matriz. Já o termo $\frac{1}{2E_1 2E_2 |v_1 - v_2|}$, onde $|v_1|$ e $|v_2|$ são as velocidades de cada feixe tomadas em relação à velocidade da luz, é conhecido como fator de fluxo, sendo o restante conhecido como espaço de fase invariante de Lorentz, ou LIPS na sigla em inglês para *Lorentz Invariant Phase Space*. Sabemos que para (5.1) ser válida, os quadrimomentos dos glúons participantes devem seguir as seguintes condições (no referencial do centro de massa):

$$\rightarrow k_1^\mu = (E_1, \vec{k})$$

$$\rightarrow k_2^\mu = (E_2, -\vec{k})$$

$$\rightarrow k_3^\mu = (E_3, \vec{k}')$$

$$\rightarrow k_4^\mu = (E_4, -\vec{k}')$$

Partindo da definição relativística da energia $E = \sqrt{p^2 + m_0^2}$, as energias dos respectivos glúons serão (utilizando unidades naturais):

$$\begin{aligned} E_1 &= E_2 = |\vec{k}| \\ E_3 &= E_4 = |\vec{k}'| \end{aligned} \quad (5.2)$$

sendo $E_1 + E_2 = E_3 + E_4 = E_{\text{CM}}$, a energia no referencial de centro de massa da colisão. Trabalhando com a variável de Mandelstam \hat{s} , podemos perceber que $E_{\text{CM}} = \sqrt{\hat{s}}$. Devemos agora simplificar a expressão (5.1). Primeiramente, vamos eliminar a integral sobre d^3k_4 , utilizando a delta de Dirac.

$$\int \frac{d^3k_4}{E_4} \delta^4(k_1 + k_2 - k_3 - k_4) \rightarrow \frac{1}{E_4} \delta(E_1 + E_2 - E_3 - E_4) \quad (5.3)$$

Escrevendo d^3k_3 em termos do ângulo sólido $d^3k_3 = d\Omega \vec{k}_3^2 d|\vec{k}_3| = d\varphi \sin\theta d\theta E_3^2 dE_3$ e usando as definições acima, (5.1) pode ser escrita como:

$$d\hat{\sigma} = \frac{1}{2E_1 2E_2 |v_1 - v_2|} d\Omega \frac{E_3 dE_3}{E_4} \frac{1}{(4\pi)^2} |\mathcal{M}|^2 \delta(E_1 + E_2 - E_3 - E_4)$$

Integrando em E_3 , e usando que $E_3 = \frac{\sqrt{\hat{s}}}{2}$:

$$d\hat{\sigma} = \frac{|\mathcal{M}|^2}{\hat{s} |v_1 - v_2|} \frac{1}{2(4\pi)^2} d\Omega \quad (5.4)$$

O parâmetro $\frac{1}{|v_1 - v_2|}$ pode ser escrito como:

$$\frac{1}{|v_1 - v_2|} = \frac{1}{\left| \frac{\vec{k}_1^z}{E_1} + \frac{\vec{k}_2^z}{E_2} \right|}$$

Substituindo-se por valores conhecidos, válidos apenas no referencial de centro de momento:

$$\frac{1}{\left| \frac{\vec{k}_1^z}{E_1} + \frac{\vec{k}_2^z}{E_2} \right|} = \frac{1}{\left| \frac{1}{1} + \frac{-1}{1} \right|} = \frac{1}{2} \quad (5.5)$$

Ou seja, o fator de fluxo dentro do referencial partônico tem como valor $\frac{1}{2}$. Assim, a expressão para a seção de choque será:

$$d\hat{\sigma} = \frac{1}{2} \frac{|\mathcal{M}|^2}{\hat{s}} \frac{1}{2(4\pi)^2} d\Omega \quad (5.6)$$

A expressão acima está descrita em termos da variável de Mandelstam \hat{s} . Essa variável relaciona os momentos dos pártons que estão colidindo. Sabemos que o momento dos prótons é composto pelo somatório dos momentos dos pártons que o formam. Assim, faz-se necessário estabelecer uma nova variável que relacione o momento dos pártons, com o momento dos prótons:

$$p = xP \quad (5.7)$$

onde:

- p é o quadrimomento do párton;
- x é a fração de momento carregada pelo párton;
- P é o momento dos prótons.

Devemos lembrar aqui que os prótons e os pártons são colineares, isto é possuem o mesmo sentido de deslocamento. Caso isso não fosse verdade, deveríamos considerar a diferença angular entre os dois.

Como temos dois glúons interagindo, podemos escrever:

$$p_1 = x_1 P_1 \quad p_2 = x_2 P_2 \quad (5.8)$$

Devemos lembrar que a variável de Mandelstam \hat{s} relaciona os momentos dos pártons. Vamos então definir uma nova variável s ,

$$\begin{aligned} s &= (P_1 + P_2)^2 \\ s &= \left(\frac{p_1}{x_1} + \frac{p_2}{x_2} \right)^2 \\ s &= \left(\frac{p_1}{x_1} \right)^2 + \frac{2p_1 \cdot p_2}{x_1 x_2} + \left(\frac{p_2}{x_2} \right)^2 \end{aligned} \quad (5.9)$$

Como $p_1^2 = 0 = p_2^2$, temos que $2p_1 \cdot p_2 = \frac{\hat{s}}{2}$. Assim:

$$s = \frac{\hat{s}}{x_1 x_2} \quad (5.10)$$

Tendo encontrado a relação entre \hat{s} e s , vamos agora reescrever o fator de fluxo no referencial do centro de momento dos prótons. Para fazer a mudança de referencial, usamos a definição (5.8). O momento em ambos os casos (párton e próton) é dado por $k = (E, \vec{k})$. Assim, a equação (5.8) pode ser escrita em termos da energia:

$$E_{\text{párton}} = x E_{\text{próton}} \quad (5.11)$$

Substituindo essa expressão para a energia no fator de fluxo, e considerando que o parâmetro associado à velocidade relativa não se altera durante a troca de referencial, obtemos:

$$\frac{1}{2E_1 2E_2 |v_1 - v_2|} = \frac{1}{8E_{1x_1} E_{2x_2}}$$

Como $E_i x_i = E_{\text{párton}} = \sqrt{\frac{\hat{s}}{4}}$:

$$\frac{1}{8\sqrt{\frac{\hat{s}}{4}}\sqrt{\frac{\hat{s}}{4}}} = \frac{1}{2\hat{s}} \quad (5.12)$$

Comparando-se esse resultado com o obtido para o fator de fluxo no referencial dos pártos, percebemos que o mesmo não se alterou ao mudarmos o referencial. Ou seja, a seção de choque diferencial dada no referencial partônico permanece invariante ao passarmos para o referencial hadrônico.

Os momentos das partículas interagentes podem ser escritos como:

$$p_1 = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{\hat{s}}}{2} \\ 0 \\ 0 \\ \frac{\sqrt{\hat{s}}}{2} \end{bmatrix}; \quad p_2 = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{\hat{s}}}{2} \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{\sqrt{\hat{s}}}{2} \end{bmatrix}; \quad p_3 = \begin{bmatrix} \sqrt{p_t^2 + p_z^2} \\ 0 \\ p_t \\ p_z \end{bmatrix}; \quad p_4 = \begin{bmatrix} \sqrt{p_t^2 + p_z^2} \\ 0 \\ -p_t \\ -p_z \end{bmatrix},$$

considerando $p_1 + p_2 = p_3 + p_4$, $p_3^2 = 0$, $p_4^2 = 0$ e momento transversal apenas em y.

Em termos do ângulo de espalhamento θ (no referencial de centro de momento):

$$p_3 = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{\hat{s}}}{2} \\ 0 \\ \frac{\sqrt{\hat{s}}}{2} \sin \theta \\ \frac{\sqrt{\hat{s}}}{2} \cos \theta \end{bmatrix}; \quad p_4 = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{\hat{s}}}{2} \\ 0 \\ -\frac{\sqrt{\hat{s}}}{2} \sin \theta \\ -\frac{\sqrt{\hat{s}}}{2} \cos \theta \end{bmatrix}.$$

Vamos agora escrever a variável de Mandelstam t (negativa) em termos do ângulo de espalhamento θ :

$$t = (p_1 - p_3)^2 = -\frac{\hat{s}}{4} \sin^2 \theta - \frac{\hat{s}}{4} (1 - \cos \theta)^2 = -\hat{s} \cos^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) \quad (5.13)$$

Visando escrever a seção de choque diferencial em termos da variável t , calculamos dt :

$$dt = -\frac{\hat{s}}{2} \sin \theta d\theta \quad (5.14)$$

Como $d\Omega^2 = d\varphi \sin \theta d\theta$, podemos escrever:

$$d\Omega^2 = d\varphi \left(\frac{2dt}{\hat{s}} \right)$$

Assim:

$$\frac{d^2 \hat{\sigma}}{d\varphi dt} = \frac{2 |\mathcal{M}|^2}{4(4\pi)^2 \hat{s} E_{\text{CM}}^2} = \frac{|\mathcal{M}|^2}{2(4\pi)^2 \hat{s}^2} \quad (5.15)$$

O valor da amplitude total $|\mathcal{M}|^2$ para o caso em questão ($gg \rightarrow gg$) é [30] (Reproduzimos esse valor por meio do programa computacional FORM a menos das constantes. O Apêndice A traz esse cálculo):

$$\frac{1}{256} \sum_{\text{polar}} |\mathcal{M}|^2 = g_s^4 \frac{9}{2} \left(3 - \frac{tu}{\hat{s}^2} - \frac{\hat{s}u}{t^2} - \frac{\hat{s}t}{u^2} \right) \quad (5.16)$$

Como nesse caso $s + t + u = 0$ (pelo fato dos glúons não possuírem massa), reescrevemos u em função de t como $u = -t - s$. Assim:

$$\frac{1}{256} \sum_{\text{polar}} |\mathcal{M}|^2 = g_s^4 \frac{9}{2} \left(3 + \frac{t^2}{\hat{s}^2} + \frac{t}{\hat{s}} + \frac{\hat{s}}{t} + \frac{\hat{s}^2}{t^2} - \frac{\hat{s}t}{(-t - \hat{s})^2} \right) \quad (5.17)$$

Substituindo (5.17) em (5.15), obtemos:

$$\frac{d^2 \hat{\sigma}}{d\varphi dt} = \frac{1}{256} \frac{g_s^4 \frac{9}{2} \left(3 + \frac{t^2}{\hat{s}^2} + \frac{t}{\hat{s}} + \frac{\hat{s}}{t} + \frac{\hat{s}^2}{t^2} - \frac{\hat{s}t}{(-t - \hat{s})^2} \right)}{2(4\pi)^2 \hat{s}^2} \quad (5.18)$$

Devemos agora definir os limites de integração. Para a variável φ , a integral vai de 0 a 2π . Já para a variável t , a análise requer mais cuidado. O ângulo θ pode variar de 0° (as partículas interagem, mas sem alterar seus quadrimomentos) a 180° (condição de retroespalhamento). Calculando então, os valores máximos e mínimos possíveis para t :

$$\begin{aligned} * \quad \theta = 0^\circ & \rightarrow t = -\hat{s} \cos^2 \left(\frac{0^\circ}{2} \right) = -\hat{s} \\ * \quad \theta = 180^\circ & \rightarrow t = -\hat{s} \cos^2 \left(\frac{180^\circ}{2} \right) = 0 \end{aligned}$$

Com isso, passamos a integral:

$$\begin{aligned}\hat{\sigma} &= \frac{\int_0^{2\pi} d\varphi \int_{-\hat{s}}^0 \frac{1}{256} g_s^4 \frac{9}{2} \left(3 + \frac{t^2}{\hat{s}^2} + \frac{t}{\hat{s}} + \frac{\hat{s}}{t} + \frac{\hat{s}^2}{t^2} - \frac{\hat{s}t}{(-t-\hat{s})^2} \right) dt}{2(4\pi)^2 \hat{s}^2} \\ &= \frac{1}{2(4\pi)^2 \hat{s}^2} \frac{2\pi}{256} g_s^4 \frac{9}{2} \left[3t + \frac{t^3}{3\hat{s}^2} + \frac{t^2}{2\hat{s}} + \hat{s} \ln |t| - \frac{\hat{s}^2}{t} - \hat{s} \left(\frac{\hat{s}}{\hat{s}+t} + \ln(\hat{s}+t) \right) \right]_{-\hat{s}+t_0}^{-t_0}\end{aligned}$$

Aqui, realizamos um cutoff no infravermelho, a fim de desconsiderarmos as indeterminações surgidas, acrescentando um valor “ t_0 ” aos limites da integral em t . Tomando o limite quando $t_0 \rightarrow 0$, nos casos possíveis:

$$= \frac{1}{2(4\pi)^2 \hat{s}^2} \frac{9\pi}{256} g_s^4 \left[3\hat{s} + \frac{\hat{s}}{3} - \frac{\hat{s}}{2} + \hat{s} \ln t_0 - \hat{s} \ln \hat{s} + \frac{\hat{s}^2}{t_0} - \hat{s} - \hat{s} - \hat{s} \ln \hat{s} + \frac{\hat{s}^2}{t_0} + \hat{s} \ln t_0 \right]$$

Rearranjando:

$$\begin{aligned}&= \frac{9\pi g_s^4 \hat{s}}{512(4\pi)^2 \hat{s}^2} \left[\frac{5}{6} + 2 \ln \frac{t_0}{\hat{s}} + \frac{2\hat{s}}{t_0} \right] \\ \hat{\sigma} &= \frac{9}{8192\pi} \frac{g_s^4}{\hat{s}} \left[\frac{5}{6} + 2 \ln \frac{t_0}{\hat{s}} + \frac{2\hat{s}}{t_0} \right]\end{aligned}\tag{5.19}$$

Esta é a seção de choque partônica. Para determinarmos a seção de choque total, é necessário integrarmos $\hat{\sigma}$ em relação às PDF's. Assim:

$$\begin{aligned}\int d\sigma &= \int dx_1 dx_2 f(x_1) f(x_2) \hat{\sigma} \\ \sigma &= \int dx_1 dx_2 f(x_1) f(x_2) \frac{9}{8192\pi} \frac{g_s^4}{\hat{s}} \left[\frac{5}{6} + 2 \ln \frac{t_0}{\hat{s}} + \frac{2\hat{s}}{t_0} \right]\end{aligned}\tag{5.20}$$

Utilizando a definição (5.10):

$$\sigma = \int dx_1 dx_2 f(x_1) f(x_2) \frac{9}{8192\pi} \frac{g_s^4}{x_1 x_2 s} \left[\frac{5}{6} + 2 \ln \left(\frac{t_0}{x_1 x_2 s} \right) + \frac{2x_1 x_2 s}{t_0} \right]$$

Definindo os limites de integração, vamos aproximar as PDF's pela expressão a seguir, com Δ sendo um expoente real qualquer e C uma constante:

$$f(\theta) = \frac{C}{\theta} \theta^\Delta\tag{5.21}$$

Abrindo σ em 3 integrais:

$$\sigma = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$$

$$\begin{aligned} \sigma &= C^2 \int_{t_0/s}^1 dx_1 \frac{1}{x_1} x_1^\Delta \int_{t_0/sx_1}^1 dx_2 \frac{1}{x_2} x_2^\Delta \frac{9}{8192\pi} \frac{g_s^4}{x_1 x_2 s} \frac{5}{6} \\ &+ C^2 \int_{t_0/s}^1 dx_1 \frac{1}{x_1} x_1^\Delta \int_{t_0/sx_1}^1 dx_2 \frac{1}{x_2} x_2^\Delta \frac{9}{8192\pi} \frac{g_s^4}{x_1 x_2 s} 2 \ln \left(\frac{t_0}{x_1 x_2 s} \right) \\ &+ C^2 \int_{t_0/s}^1 dx_1 \frac{1}{x_1} x_1^\Delta \int_{t_0/sx_1}^1 dx_2 \frac{1}{x_2} x_2^\Delta \frac{9}{8192\pi} \frac{g_s^4}{x_1 x_2 s} \frac{2x_1 x_2 s}{t_0} \end{aligned} \quad (5.22)$$

Calculando termo a termo:

$$\sigma_1 = C^2 \frac{9}{8192\pi} \frac{g_s^4}{s} \frac{5}{6} \int_{t_0/s}^1 dx_1 \frac{x_1^\Delta}{x_1} \int_{t_0/sx_1}^1 dx_2 \frac{x_2^\Delta}{x_2} \frac{1}{x_1 x_2}$$

Chamando $C^2 \frac{15g_s^4}{16384\pi s} = A$,

$$\sigma_1 = \frac{A}{\Delta-1} \left(\frac{1}{\Delta-1} - \frac{t_0^{\Delta-1}}{(\Delta-1)s^{\Delta-1}} + \frac{t_0^{\Delta-1}}{s^{\Delta-1}} \ln \frac{t_0}{s} \right) \quad (5.23)$$

Considerando o caso mais simples possível ($\Delta = 0$):

$$\sigma_1 = A \left(1 - \frac{s}{t_0} - \frac{s}{t_0} \ln \frac{t_0}{s} \right)$$

Substituindo A e como $g_s = \sqrt{4\pi\alpha_s}$,

$$\sigma_1 = C^2 \frac{15}{1024} \pi \alpha_s^2 \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{t_0} - \frac{1}{t_0} \ln \frac{t_0}{s} \right) \quad (5.24)$$

Calculando agora σ_2 :

$$\sigma_2 = C^2 \frac{9}{4096\pi} \frac{g_s^4}{s} \int_{t_0/s}^1 dx_1 \frac{x_1^\Delta}{x_1^2} \int_{t_0/sx_1}^1 dx_2 \frac{x_2^\Delta}{x_2^2} \ln \left(\frac{t_0}{x_1 x_2 s} \right)$$

Chamando $C^2 \frac{9}{4096\pi} \frac{g_s^4}{s} = B$, e integrando por partes, obtemos:

$$\sigma_2 = \frac{B}{(\Delta-1)^3} \left(1 - \frac{t_0^{\Delta-1}}{s^{\Delta-1}} \right) + \frac{B t_0^{\Delta-1}}{(\Delta-1)^2 s^{\Delta-1}} \ln \frac{t_0}{s} + \frac{B}{(\Delta-1)^2} \ln \frac{t_0}{s} + \frac{B}{(\Delta-1)^3} - \frac{B t_0^{\Delta-1}}{(\Delta-1)^3 s^{\Delta-1}} \quad (5.25)$$

Considerando $\Delta = 0$, e substituindo B :

$$\sigma_2 = C^2 \frac{9}{256} \frac{\pi \alpha_s^2}{s} \left[-2 + \frac{2s}{t_0} + \ln \frac{t_0}{s} + \frac{s}{t_0} \ln \frac{t_0}{s} \right] \quad (5.26)$$

Calculando agora σ_3 :

$$\sigma_3 = C^2 \frac{9}{4096\pi} \frac{g_s^4}{t_0} \int_{t_0/s}^1 dx_1 \frac{x_1^\Delta}{x_1} \int_{t_0/sx_1}^1 dx_2 x_2^{\Delta-1}$$

A integral acima irá conduzir a uma indeterminação. Portanto, vamos fazer o corte $\Delta = 0$ antes da realização da integral. Assim, teremos como resultado:

$$\sigma_3 = C^2 \frac{9}{512} \frac{\pi \alpha_s^2}{t_0} \ln^2 \frac{t_0}{s} \quad (5.27)$$

A expressão para σ_3 apresenta uma dependência com o quadrado do logaritmo, sendo que o crescimento da seção de choque total, segundo o limite de Froissart–Martin [53] [54], também deve apresentar essa tendência. Assim sendo, podemos afirmar que σ_3 é o elemento dominante na expressão para a seção de choque total, devido sua contribuição se sobressair às dos demais, bem como pelo fato de em altas energias o crescimento da seção de choque total ser governado por uma dependência com \ln^γ , com $\gamma \approx 2$.

Ou seja, a seção de choque total será:

$$\sigma = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$$

$$\sigma = \frac{15C^2}{1024} \pi \alpha_s^2 \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{t_0} - \frac{1}{t_0} \ln \frac{t_0}{s} \right) + \frac{9C^2}{256} \frac{\pi \alpha_s^2}{s} \left[-2 + \frac{2s}{t_0} + \ln \frac{t_0}{s} + \frac{s}{t_0} \ln \frac{t_0}{s} \right] + \frac{9C^2}{512} \frac{\pi \alpha_s^2}{t_0} \ln^2 \frac{t_0}{s} \quad (5.28)$$

Comparando a expressão acima com o modelo descrito pela colaboração COMPETE, (equação 4.10), vemos que o termo dominante, envolvendo \ln^2 , foi obtido. Em um primeiro momento, parece que as diferentes constantes que aparecem em ambas as equações poderiam significar uma não - equivalência entre as mesmas. Porém, isso não é verdade. Por exemplo, a influência do fator $1/29$ que aparece no argumento do logaritmo em (4.10) pode ser considerado como uma variação da influência do fator t_0 em (5.28). Ao abrirmos a expressão pelo produto notável, tal fato torna-se mais perceptível:

$$\left(\ln \frac{s}{29} \right)^2 = (\ln s - \ln 29)^2 = \left(\ln \frac{s}{t_0} - \ln \frac{29}{t_0} \right)^2$$

A expressão para σ em (5.28) reflete uma aproximação para $\Delta = 0$. Porém, em situações reais tal aproximação não é válida. Ou seja, é necessário considerarmos o impacto do parâmetro Δ no valor da seção de choque. Assim, σ escrito em termos gerais (com dependência em Δ) será:

$$\begin{aligned} \sigma = & \frac{15C^2}{1024} \frac{\alpha_s^2}{s(\Delta-1)} \left[\frac{1}{\Delta-1} - \frac{t_0^{\Delta-1}}{(\Delta-1)s^{\Delta-1}} + \frac{t_0^{\Delta-1}}{s^{\Delta-1}} \ln \frac{t_0}{s} \right] \\ & + \frac{9C^2\pi\alpha_s^2}{256s} \left[\frac{1}{(\Delta-1)^3} \left(1 - \frac{t_0^{\Delta-1}}{s^{\Delta-1}} \right) + \frac{1}{(\Delta-1)^2} \frac{t_0^{\Delta-1}}{s^{\Delta-1}} \ln \frac{t_0}{s} + \frac{1}{(\Delta-1)^2} \ln \frac{t_0}{s} \right. \\ & \left. + \frac{1}{(\Delta-1)^3} - \frac{1}{(\Delta-1)^3} \frac{t_0^{\Delta-1}}{s^{\Delta-1}} \right] + \frac{9C^2\pi\alpha_s^2}{256t_0} \left[\frac{1}{\Delta^2} - \frac{\left(\frac{t_0}{s}\right)^\Delta}{\Delta^2} + \frac{t_0^\Delta}{\Delta s^\Delta} \ln \frac{t_0}{s} \right] \end{aligned} \quad (5.29)$$

5.2 Cálculo da seção de choque inclusiva em DPS para o processo $gg \rightarrow gg$

Temos a seção de choque partônica para o processo $gg \rightarrow gg$, conforme equação (5.19). Para calcularmos o DPS, vamos ter as seguintes contribuições:

$$\hat{\sigma}_1 = \frac{9g_s^4}{8192\pi\hat{s}_1} \left[\frac{5}{6} + 2\ln \frac{t_0}{\hat{s}_1} + \frac{2\hat{s}_1}{t_0} \right]$$

$$\hat{\sigma}_2 = \frac{9g_s^4}{8192\pi\hat{s}_2} \left[\frac{5}{6} + 2\ln \frac{t_0}{\hat{s}_2} + \frac{2\hat{s}_2}{t_0} \right]$$

Como o termo dominante é $\frac{2\hat{s}}{t_0}$, apenas o mesmo será levado em consideração no cálculo da seção de choque DPS. Da equação (3.18), considerando os estados finais indistinguíveis, ficamos com:

$$2\sigma_{\text{eff}} \int d\sigma^{\text{DPS}} = \int d\hat{\sigma}_1^{\text{SPS}} \int d\hat{\sigma}_2^{\text{SPS}} \quad (5.30)$$

Esse cálculo é mostrado em detalhes no Apêndice B para o termo dominante quando $t_0 \rightarrow 0$. O resultado final é:

$$2\sigma_{\text{eff}}\sigma^{\text{DPS}} = \frac{81\pi^2\alpha_s^4 C^4}{65536t_0^2} \frac{1}{4} \ln^4 \left(\frac{s}{t_0} \right). \quad (5.31)$$

Foi encontrada uma dependência com \ln^4 , a qual provavelmente é consequência direta da influência DPS no processo.

Vamos avaliar a relação que há entre as constantes dos termos dominantes relativos às equações (5.28) e (5.31). Elevamos ao quadrado a equação (5.28), a fim de compararmos a constante associada ao termo dominante \ln^4 , com a apresentada pela equação (5.31). Fazendo-se a razão entre os termos dominantes de ambas as equações, obtemos:

$$\left[\frac{81C^4\pi^2\alpha_s^4}{65536t_0^2} \frac{1}{4} \frac{1}{2\sigma_{\text{eff}}} \right] \bigg/ \left[\frac{9C^2\pi\alpha_s^2}{512t_0} \right]^2 = \frac{1}{2\sigma_{\text{eff}}}$$

o que significa que as duas equações diferem entre si por um fator $\frac{1}{2\sigma_{\text{eff}}}$.

6 Conclusões

Nesta dissertação, uma de nossas principais preocupações foi a realização de uma revisão sobre alguns aspectos essenciais da física de altas energias. Ao investigarmos processos ocorrendo em escalas partônicas, nos deparamos a cada momento com os conceitos básicos da teoria, o que exige de nós um certo conhecimento da teoria. Podemos citar por exemplo, a recapitulação a cerca dos variados tipos de partículas fundamentais, bem como das interações existentes entre elas na natureza, além do tratamento matemático dado às teorias de gauge da QED e da QCD.

Além desses aspectos mais elementares, também nos vimos na incumbência de revisar alguns processos básicos que ocorrem em colisões hadrônicas. Assim, analisamos o espalhamento profundamente inelástico, bem como os espalhamentos de pártons (simples e duplo). As definições para as funções de distribuições partônicas também foram dadas, bem como foi realizada uma revisão nos principais aspectos da teoria de Regge e de alguns modelos preditivos.

Os resultados reproduzidos e encontrados mostram que, tanto a análise via SPS, quanto a análise via DPS, se mostraram compatíveis com o modelo parametrizado pela colaboração COMPETE, no que se refere ao termo dominante da seção de choque total. Foi reproduzida uma dependência em termos do quadrado do logaritmo natural da forma $\frac{9}{512} \frac{\pi \alpha_s^2}{t_0} \ln^2 \frac{t_0}{s}$ para uma análise em SPS. Este resultado é condizente com o valor apresentado pelo modelo parametrizado de $0.307 \ln^2 \frac{s}{29}$.

Já para a análise em DPS, o termo dominante está associado com uma dependência em $\ln^4 \frac{s}{s_0}$. Essa dependência apresentou a seguinte forma $\frac{81C^4 \pi^2 \alpha_s^4}{65536 t_0^2} \frac{1}{8\sigma_{\text{eff}}} \ln^4 \frac{t_0}{s}$. Ao compararmos esse fator com o fator encontrado no espalhamento SPS, vemos que os dois diferem apenas por uma constante $\frac{1}{2\sigma_{\text{eff}}}$.

Como perspectivas, fica em aberto o entendimento teórico do fator encontrado. Uma vez compreendido, ainda pode-se perguntar quais seriam as implicações deste fator e possíveis variações, para mais ou para menos, e seus efeitos na seção de choque total. Assim, poderíamos recalculá-lo esta con-

siderando a nova informação recebida, além de talvez analisar seções de choque totais entre outras duas partículas que não os dois prótons estudados aqui.

Tais análises são importantes para determinarmos como se dá o crescimento da seção de choque em altas energias. É somente mediante a avaliação dos fenômenos nesta dissertação abordados, que podemos inferir de que maneira é possível parametrizarmos de forma adequada os dados provenientes dos experimentos realizados.

Tendo tudo isso como suporte, podemos começar a falar em perspectivas futuras dentro da área. Com novos aceleradores sendo projetados, espera-se que a energia obtida no centro de massa da colisão seja maior do que a atual, a ponto de trazer à tona possíveis respostas para problemas em aberto, ou quiçá até revelar novos desafios para os físicos. Como foi brevemente exposto neste trabalho, temos o caso do crescimento anormal da seção de choque via DPS em regiões de altíssima energia, sendo que em torno de 20 TeV, a contribuição da mesma passa a igualar e até mesmo superar a contribuição via SPS, dependendo do modelo utilizado como parâmetro. Vemos assim, que somente com dados experimentais obtidos nessas condições é que podemos realmente encontrar soluções para os problemas que, por hora, nos perturbam.

APÊNDICE A – Programa no FORM para o cálculo da expressão 5.16

O FORM é um sistema computacional que interpreta sinais e símbolos matemáticos de uma forma que o computador consiga interpretar. Ele foi desenvolvido na Holanda pela equipe do Nikhef e é muito utilizado na física de altas energias [73].

Abaixo está o programa desenvolvido para calcular o valor da amplitude total $|\mathcal{M}|^2$ para o caso $gg \rightarrow gg$, a menos das constantes.

```

1 Dimension ndim;
2 Vectors p1, p2, p3, p4, n, plm4, plm3, p12;
3 Symbols ndim, s, t, u, m, sgauge;
4 Symbols gluonPol1, gluonPol2, gluonPol3, gluonPol4;
5 Functions Mx1, Mx2, Mx3, Mcx1, Mcx2, Mcx3, Ms, Mcs, Mt, Mct, Mu, Mcu;
6 Indices mu, mup, nu, nup, rh, rhp, si, sip, al, alp, be, bep;
7 *
8 Local M2 = (
9     2*Mx1*Mcx1
10    - Mx1*Mcx2
11    + Mx1*Mcx3
12    - Mx2*Mcx1
13    + 2*Mx2*Mcx2
14    + Mx2*Mcx3
15    + Mx3*Mcx1
16    + Mx3*Mcx2
17    + 2*Mx3*Mcx3
18    + 2*Mx1*Mcs
19    - Mx2*Mcs
20    + Mx3*Mcs

```



```

21      +    Mx1*Mct
22      - 2*Mx2*Mct
23      -    Mx3*Mct
24      -    Mx1*Mcu
25      -    Mx2*Mcu
26      - 2*Mx3*Mcu
27      + 2*Ms  *Mcx1
28      -    Ms  *Mcx2
29      +    Ms  *Mcx3
30      + 2*Ms  *Mcs
31      +    Ms  *Mct
32      -    Ms  *Mcu
33      +    Mt  *Mcx1
34      - 2*Mt  *Mcx2
35      -    Mt  *Mcx3
36      +    Mt  *Mcs
37      + 2*Mt  *Mct
38      +    Mt  *Mcu
39      -    Mu  *Mcx1
40      -    Mu  *Mcx2
41      - 2*Mu  *Mcx3
42      -    Mu  *Mcs
43      +    Mu  *Mct
44      + 2*Mu  *Mcu
45      ) * gluonPol1 * gluonPol2 * gluonPol3 * gluonPol4 /32;
46
47 id Mx1  = d_(mu,rh) * d_(nu,si) - d_(mu,si)  * d_(nu,rh);
48 id Mcx1 = d_(mup,rhp) * d_(nup,sip) - d_(mup,sip) * d_(nup,rhp);
49 id Mx2  = d_(mu,nu) * d_(rh,si) - d_(mu,rh) * d_(nu,si);
50 id Mcx2 = d_(mup,nup) * d_(rhp,sip) - d_(mup,rhp) * d_(nup,sip);
51 id Mx3  = d_(mu,nu) * d_(rh,si) - d_(mu,si) * d_(nu,rh);
52 id Mcx3 = d_(mup,nup) * d_(rhp,sip) - d_(mup,sip) * d_(nup,rhp);
53
54 id Ms    = (d_(mu,nu)*(p1(al) - p2(al)) + d_(nu,al)*(2*p2(mu) + p1(mu)) + d_(al ,
mu)*(-2*p1(nu) - p2(nu))) *
55      (d_(be,rh)*(2*p3(si) + p4(si)) + d_(rh,si)*(-p3(be) + p4(be)) + d_(si ,
be)*(-2*p4(rh) - p3(rh))) *

```

```

56      (d_(al, be) - (p12(al)*n(be) + p12(be)*n(al))/(p12.n) + n.n*p12(al)*p12
      (be)/p12.n/p12.n)/s;

57

58 id Mcs = (d_(mup, nup)*(p1(alp) - p2(alp)) + d_(nup, alp)*(2*p2(mup) + p1(mup)) +
      d_(alp, mup)*(-2*p1(nup) - p2(nup))) *
59      (d_(bep, rhp)*(2*p3(sip) + p4(sip)) + d_(rhp, sip)*(-p3(bep) + p4(bep))
      + d_(sip, bep)*(-2*p4(rhp) - p3(rhp))) *
60      (d_(alp, bep) - (p12(alp)*n(bep) + p12(bep)*n(alp))/(p12.n) + n.n*p12(
      alp)*p12(bep)/p12.n/p12.n)/s;

61

62 id Mt = (d_(mu, al) * (2*p1(si)-p4(si)) + d_(al, si) * (2*p4(mu)-p1(mu)) + d_(si
      ,mu) * (-p4(al)-p1(al))) *
63      (d_(nu, rh) * (p2(be)+p3(be)) + d_(rh, be) * (-2*p3(nu)+p2(nu)) + d_(be,
      nu) * (-2*p2(rh)+p3(rh))) *
64      (d_(al, be) - (p1m4(al)*n(be) + p1m4(be)*n(al))/(p1m4.n) + n.n*p1m4(al)
      *p1m4(be)/p1m4.n/p1m4.n)/t;

65

66 id Mct = (d_(mup, alp) * (2*p1(sip)-p4(sip)) + d_(alp, sip) * (2*p4(mup)-p1(mup))
      + d_(sip, mup) * (-p4(alp)-p1(alp))) *
67      (d_(nup, rhp) * (p2(bep)+p3(bep)) + d_(rhp, bep) * (-2*p3(nup)+p2(nup))
      + d_(bep, nup) * (-2*p2(rhp)+p3(rhp))) *
68      (d_(alp, bep) - (p1m4(alp)*n(bep) + p1m4(bep)*n(alp))/(p1m4.n) + n.n*
      p1m4(alp)*p1m4(bep)/p1m4.n/p1m4.n)/t;

69

70 id Mu = (d_(mu, al) * (2*p1(rh)-p3(rh)) + d_(al, rh) * (2*p3(mu)-p1(mu)) + d_(rh
      ,mu) * (-p3(al)-p1(al))) *
71      (d_(nu, si) * (p2(be)+p4(be)) + d_(si, be) * (-2*p4(nu)+p2(nu)) + d_(be,
      nu) * (-2*p2(si)+p4(si))) *
72      (d_(al, be) - (p1m3(al)*n(be) + p1m3(be)*n(al))/(p1m3.n) + n.n*p1m3(al)
      *p1m3(be)/p1m3.n/p1m3.n)/u;

73

74 id Mcu = (d_(mup, alp) * (2*p1(rhp)-p3(rhp)) + d_(alp, rhp) * (2*p3(mup)-p1(mup))
      + d_(rhp, mup) * (-p3(alp)-p1(alp))) *
75      (d_(nup, sip) * (p2(bep)+p4(bep)) + d_(sip, bep) * (-2*p4(nup)+p2(nup))
      + d_(bep, nup) * (-2*p2(sip)+p4(sip))) *
76      (d_(alp, bep) - (p1m3(alp)*n(bep) + p1m3(bep)*n(alp))/(p1m3.n) + n.n*
      p1m3(alp)*p1m3(bep)/p1m3.n/p1m3.n)/u;

```

```

77
78 *
79 *
80 *
81
82 id ndim = 4;
83
84 id p1.p1 = 0;
85 id p2.p2 = 0;
86 id p3.p3 = 0;
87 id p4.p4 = 0;
88
89 .sort
90
91 id p12 = p1 + p2;
92 id p1m3 = p1 - p3;
93 id p1m4 = p1 - p4;
94
95 id p4.p4 = 0;
96
97 id p4 = p1 + p2 - p3;
98
99 id ndim = 4;
100
101 id p1.p1 = 0;
102 id p2.p2 = 0;
103 id p3.p3 = 0;
104
105
106 .sort
107
108 *id n = p1 - p2;
109 *id n.n^m? = (sgauge)^m;
110 *id n.p1^m? = (sgauge/2)^m;
111 *id n.p2^m? = (sgauge/2)^m;
112 *id n.p3^m? = (sgauge/2)^m;
113 *id n.p4^m? = (sgauge/2)^m;

```

```

114 * id n.p12^m? = (sgauge)^m;
115
116
117 id p1.p2^m? = ( s/2)^m;
118 id p1.p3^m? = (-u/2)^m;
119 id p2.p3^m? = (-t/2)^m;
120
121 id p1.p1 = 0;
122 id p2.p2 = 0;
123 id p3.p3 = 0;
124 id p4.p4 = 0;
125
126 .sort
127
128
129 id gluonPol1 = (- d_(mu,mup) + (p1(mu)*n(mup) + p1(mup)*n(mu))/(p1.n) - n.n*p1(
      mu)*p1(mup)/p1.n/p1.n );
130
131 id p1.p1 = 0;
132 .sort
133
134 id gluonPol2 = (- d_(nu,nup) + (p2(nu)*n(nup) + p2(nup)*n(nu))/(p2.n) - n.n*p2(
      nu)*p2(nup)/p2.n/p2.n );
135
136 id p2.p2 = 0;
137 .sort
138
139 id gluonPol3 = (- d_(rh,rhp) + (p3(rh)*n(rhp) + p3(rhp)*n(rh))/(p3.n) - n.n*p3(
      rh)*p3(rhp)/p3.n/p3.n );
140
141 id p3.p3 = 0;
142 .sort
143
144 id gluonPol4 = (- d_(si,sip) + (p4(si)*n(sip) + p4(sip)*n(si))/(p4.n) - n.n*p4(
      si)*p4(sip)/p4.n/p4.n );
145
146 id p4.p4 = 0;

```

```

147
148 . sort
149
150 *
151 *
152 *
153
154 id ndim = 4;
155
156 . sort
157
158 id p4 = p1 + p2 - p3;
159
160 id p1.p1 = 0;
161 id p2.p2 = 0;
162 id p3.p3 = 0;
163 id p4.p4 = 0;
164
165 . sort
166
167 *Trace4,1;
168 *
169 *
170 *
171
172 *id n = p1 + p2;
173 id n.n^m? = (sgauge)^m;
174 id n.p1^m? = (sgauge/2)^m;
175 id n.p2^m? = (sgauge/2)^m;
176 id n.p3^m? = (sgauge/2)^m;
177 id n.p4^m? = (sgauge/2)^m;
178 * id n.p12^m? = (sgauge)^m;
179
180
181 id p1.p2^m? = (s/2)^m;
182 id p1.p3^m? = (-u/2)^m;
183 id p2.p3^m? = (-t/2)^m;

```

```

184
185
186 id p1.p1 = 0;
187 id p2.p2 = 0;
188 id p3.p3 = 0;
189 id p4.p4 = 0;
190
191 . sort
192
193 id u = - s - t;
194
195 id s = - u - t;
196
197 id t = - s - u;
198
199 id t^2 = s*(-u-t) + u*(-s-t) + 2*u*s;
200
201 id u^2 = s*(-u-t) + t*(-s-u) + 2*t*s;
202
203 id s^2 = u*(-s-t) + t*(-s-u) + 2*u*t;
204
205 *id s^m? = 2^m;
206 *id t^m? = (-1)^m;
207 *id u^m? = (-1)^m;
208
209 Bracket s,t,u;
210
211 Print;
212
213 .end

```

APÊNDICE B – Cálculo detalhado da expressão 5.30

Partindo da expressão:

$$2\sigma_{\text{eff}} \int d\sigma^{\text{DPS}} = \int d\hat{\sigma}_1^{\text{SPS}} \int d\hat{\sigma}_2^{\text{SPS}} \quad (\text{B.1})$$

mostraremos em detalhes a integração. Usaremos apenas o termo dominante em:

$$\hat{\sigma} = \frac{9\alpha_s^2 \pi}{512\hat{s}} \left[\frac{2\hat{s}}{t_0} + \dots \right]$$

Os limites de integração são dados por:

$$2\sigma_{\text{eff}} \sigma^{\text{DPS}} = \int_{\frac{1-\sqrt{1-4t_0/s}}{2}}^{\frac{1+\sqrt{1-4t_0/s}}{2}} dx_{A1} \int_{t_0/s}^{1-x_{A1}} dx_{A2} \int_{t_0/sx_{A1}}^{1-t_0/sx_{A2}} dx_{B1} \int_{t_0/sx_{A2}}^{1-x_{B1}} dx_{B2} \\ \times f(x_{A1})f(x_{A2})f(x_{B1})f(x_{B2})\hat{\sigma}_1^{\text{SPS}}\hat{\sigma}_2^{\text{SPS}}.$$

Os limites vêm dos fatos de conservação de energia (por exemplo, $x_{A1} + x_{A2} < 1$) e da exigência que $\hat{s}_{1,2} > t_0$. Usando a parametrização para as PDFs $f(x) = C/x$, a primeira integral é fácil de ser realizada:

$$2\sigma_{\text{eff}} \sigma^{\text{DPS}} = \frac{81\pi^2 \alpha_s^4 C^4}{65536t_0^2} \int_{\frac{1-\sqrt{1-4t_0/s}}{2}}^{\frac{1+\sqrt{1-4t_0/s}}{2}} \frac{dx_{A1}}{x_{A1}} \int_{t_0/s}^{1-x_{A1}} \frac{dx_{A2}}{x_{A2}} \\ \times \int_{t_0/sx_{A1}}^{1-t_0/sx_{A2}} \frac{dx_{B1}}{x_{B1}} \left[\ln(1-x_{B1}) - \ln\left(\frac{t_0}{sx_{A2}}\right) \right].$$

Para continuar será necessária a função polilogarítmica $\text{Li}_s(z)$, tendo como caso particular a função de Spence (dilogarítmico)

$$\text{Li}_2(x) = - \int_0^x \frac{\ln(1-y)}{y} dy. \quad (\text{B.2})$$

Como estamos trabalhando com variáveis reais, é necessário ter um cuidado para que o argumento da função de Spence seja sempre menor do que 1. O resultado será:

$$2\sigma_{\text{eff}} \sigma^{\text{DPS}} = \frac{81\pi^2 \alpha_s^4 C^4}{65536t_0^2} \int_{\frac{1-\sqrt{1-4t_0/s}}{2}}^{\frac{1+\sqrt{1-4t_0/s}}{2}} \frac{dx_{A1}}{x_{A1}} \int_{t_0/s}^{1-x_{A1}} \frac{dx_{A2}}{x_{A2}} \\ \times \left[\text{Li}_2\left(\frac{t_0}{sx_{A2}}\right) - \text{Li}_2\left(1 - \frac{t_0}{sx_{A1}}\right) + \ln\left(\frac{t_0}{sx_{A1}}\right) \ln\left(\frac{t_0}{sx_{A2}}\right) - \ln\left(1 - \frac{t_0}{sx_{A1}}\right) \ln\left(\frac{t_0}{sx_{A1}}\right) \right].$$

Como desejamos apenas o termo dominante em t_0 , podemos descartar os termos dilogarítmicos, que têm resultados individuais entre 0 e 1. Atinge-se a expressão:

$$2\sigma_{\text{eff}}\sigma^{\text{DPS}} = \frac{81\pi^2\alpha_s^4 C^4}{65536t_0^2} \int_{\frac{1-\sqrt{1-4t_0/s}}{2}}^{\frac{1+\sqrt{1-4t_0/s}}{2}} \frac{dx_{A1}}{x_{A1}} \times \ln\left(\frac{sx_{A1}}{t_0}\right) \ln\left(\frac{s(1-x_{A1})}{t_0}\right) \left[\ln\left(1 - \frac{t_0}{sx_{A1}}\right) + \frac{1}{2} \ln\left(\frac{s(1-x_{A1})}{t_0}\right) \right].$$

Observamos que os limites podem ser aproximados como:

$$\begin{aligned} \frac{1 + \sqrt{1-4t_0/s}}{2} &= 1 - \frac{t_0}{s} - \frac{t_0^2}{s^2} + \dots \\ \frac{1 - \sqrt{1-4t_0/s}}{2} &= \frac{t_0}{s} + \frac{t_0^2}{s^2} + \dots \end{aligned}$$

Novamente lembramos que apenas é necessário o termo de ordem dominante. A variável x_{A1} pode ser muito pequena ou muito próxima de 1, mas não ambos ao mesmo tempo. Fora dos colchetes, temos a integração em $\frac{dx_{A1}}{x_{A1}}$ que conta como uma potência de logaritmo de t_0 quando x_{A1} está no limite inferior. Os logaritmos foram dos colchetes apenas contam como logaritmos de t_0 em limites distintos. Então, para o termo dominante, deve ser buscado dentro dos colchetes o termo que tenha mais peso no limite inferior (que realmente existe), para compormos $\ln^4 t_0$:

$$2\sigma_{\text{eff}}\sigma^{\text{DPS}} = \frac{81\pi^2\alpha_s^4 C^4}{65536t_0^2} \int_{\frac{1-\sqrt{1-4t_0/s}}{2}}^{\frac{1+\sqrt{1-4t_0/s}}{2}} \frac{dx_{A1}}{x_{A1}} \ln\left(\frac{sx_{A1}}{t_0}\right) \ln\left(\frac{s}{t_0}\right) \left[\ln\left(1 - \frac{t_0}{sx_{A1}}\right) + \frac{1}{2} \ln\left(\frac{s}{t_0}\right) \right].$$

O primeiro entre colchetes também não contribui para o termo dominante, resultado que pode ser obtido a partir de um programa de análise simbólica. Integrando o termo restante:

$$2\sigma_{\text{eff}}\sigma^{\text{DPS}} = \frac{81\pi^2\alpha_s^4 C^4}{65536t_0^2} \frac{1}{2} \ln^2\left(\frac{s}{t_0}\right) \left[\frac{1}{2} \ln^2\left(\frac{s}{t_0} \frac{1 + \sqrt{1-4t_0/s}}{2}\right) - \frac{1}{2} \ln^2\left(\frac{s}{t_0} \frac{1 - \sqrt{1-4t_0/s}}{2}\right) \right].$$

e o resultado final para o termo dominante é:

$$2\sigma_{\text{eff}}\sigma^{\text{DPS}} = \frac{81\pi^2\alpha_s^4 C^4}{65536t_0^2} \frac{1}{4} \ln^4\left(\frac{s}{t_0}\right).$$

Todo este apêndice é corroborado por uma investigação numérica independente.

Referências Bibliográficas

- [1] BAPTISTA, José Plínio. Os princípios fundamentais ao longo da História da Física. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 28, n. 4, p. 541-553, 2006.
- [2] R. Aaij *et al.* [LHCb Collaboration], *Phys. Rev. Lett.* **112**, no. 22, 222002 (2014) doi:10.1103/PhysRevLett.112.222002 [arXiv:1404.1903 [hep-ex]].
- [3] R. Aaij *et al.* [LHCb Collaboration], *Phys. Rev. Lett.* **115**, 072001 (2015) doi:10.1103/PhysRevLett.115.072001 [arXiv:1507.03414 [hep-ex]].
- [4] MAXWELL, James Clerk. *A Treatise on Electricity and Magnetism*. Oxford: Clarendon Press, 1998.
- [5] AITCHISON, Ian Johnston Rhind; HEY, Anthony J. G. *Gauge theories in particle physics : a practical introduction*. 2^a ed. Bristol: Institute of Physics Publishing, 1989.
- [6] GRIFFITHS, David J. *Introduction to elementary particles*. 2^a ed. Weinheim: Wiley-VCH, 2008.
- [7] BRAIBRANT, Sylvie; GIACOMELLI, Giorgio; SPURIO, Maurizio. *Particles and Fundamental Interactions: An Introduction on Particle Physics*. 2^a ed. Nova York: Springer, 2012.
- [8] ABBOTT, B. P. *et al.* Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger. *Physical Review Letters*. v. 116, p. 061102, 2016.
- [9] SACHS, Mendel. *Quantum Mechanics and Gravity*. Berlim: Springer - Verlag, 2004.
- [10] ELLWANGER, Ulrich. *From the Universe to the Elementary Particles: A First Introduction to Cosmology and the Fundamental Interactions*. Berlim: Springer - Verlag, 2012.
- [11] PESKIN, Michael Edward; SCHROEDER, Daniel V. *An introduction to quantum field theory*. Colorado: Westview, 1995.
- [12] RYDER, Lewis H. *Quantum field theory*. Cambridge: Cambridge University Press, 1986.
- [13] ITZYKSON, Claude; ZUBER, Jean - Bernard. *Quantum Field Theory*. Nova York: Mc - Graw Hill, 1980.
- [14] BAILIN, David; LOVE, Alexander. *Introduction to gauge field theory*. Bristol: Institute of Physics, 1993.
- [15] FIELD, Richard D. *Applications of Perturbative QCD*. Nova York: Addison-Wesley, 1989.
- [16] BOTJE, Michiel. *Quantum Chromodynamics: Lecture Notes Particle Physics II*. Amsterdam: Nikhef, 2011.
- [17] HALZEN, Francis; MARTIN, Alan Douglas. *Quarks and Leptons: An Introductory Course in Modern Particle Physics*. Nova York: John Wiley & Sons, 1984.

- [18] LANDAU, L. D. in PAULI, W. *Niels Bohr and the Development of Physics*. London: Pergamon Press, 1955.
- [19] GROSS, D. J.; WILCZEK, F. Ultraviolet Behavior of Non-Abelian Gauge Theories. *Physical Review Letters*. v. 30, p. 1343, 1973.
- [20] POLITZER, H. D. Reliable Perturbative Results for Strong Interactions? *Physical Review Letters*. v. 30, p. 1346, 1973.
- [21] KOVCHEGOV, Yuri V.; LEVIN, Eugene. *Quantum Chromodynamics at High Energy*. Nova York: Cambridge University Press, 2012.
- [22] LUNA, Emerson Gustavo de Souza. *Espalhamento Difractivo de Hádrons: Desenvolvimento de um Modelo Baseado na QCD e Determinação de Limites Extremos de Parâmetros do Pomeron*. Tese (Doutorado em Física). Unicamp, 2005.
- [23] CALLAN JR., C. G.; GROSS, David J. High-Energy Electroproduction and the Constitution of the Electric Current. *Physical Review Letters*, v. 22, n. 4, p. 156 - 159, 1969.
- [24] FRIEDMAN, Jerome I.; KENDALL, Henry W. Deep Inelastic Electron Scattering. *Annual Review of Nuclear Particle Science*, v. 22, p. 203 - 254, 1972.
- [25] OLIVE, K. A. *et al.* (Particle Data Group). *Chinese Physics C*, v. 38, n. 9, 2014.
- [26] L. A. Harland-Lang, A. D. Martin, P. Motylinski and R. S. Thorne, *Eur. Phys. J. C* **75**, no. 5, 204 (2015) doi:10.1140/epjc/s10052-015-3397-6 [arXiv:1412.3989 [hep-ph]].
- [27] DOKSHITZER, Yuri L. Calculation of the Structure Functions for Deep Inelastic Scattering and e^+e^- Annihilation by Perturbation Theory in Quantum Chromodynamics. *Soviet Physics: Journal of Experimental and Theoretical Physics*, v. 46, n. 4, p. 641 – 653, 1977.
- [28] GRIBOV, V. N.; LIPATOV, L. N. Deep Inelastic ep Scattering in Perturbation Theory. *Soviet Journal of Nuclear Physics*, v. 15, p. 438 – 450, 1972.
- [29] ALTARELLI, G.; PARISI, G. Asymptotic freedom in parton language. *Nuclear Physics B*, v. 126, n. 2, p. 298 - 318, 1977.
- [30] SCHWARTZ, Matthew Dean. *Quantum Field Theory and the Standard Model*. Cambridge: Cambridge University Press, 2015.
- [31] ANSELMINO, Mauro; CARUSO, Francisco; MAHON, José Roberto; OGURI, Vitor. *Introdução à QCD Perturbativa*. Rio de Janeiro: LTC, 2013.
- [32] FOSTER, Brian. Low -x Physics. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London A*, v. 359, p. 325 – 377, 2001.
- [33] MANDELSTAM, S. Determination of the Pion - Nucleon Scattering Amplitude from Dispersion Relations and Unitarity. General Theory. *Physical Review*. v. 112, n. 4, p. 1344 - 1360, 1958.
- [34] K. Jakobs, doi:10.5170/CERN-2014-003.309 arXiv:1206.7024 [hep-ex].
- [35] E. L. Berger, arXiv:1106.0078 [hep-ph].
- [36] R. Maciula and A. Szczurek, *Phys. Rev. D* **90**, no. 1, 014022 (2014) [arXiv:1403.2595 [hep-ph]].

- [37] A. Szczurek, Acta Phys. Polon. B **46**, no. 7, 1415 (2015) doi:10.5506/APhysPolB.46.1415 [arXiv:1504.06491 [hep-ph]].
- [38] DONNACHIE, A.; LANDSHOFF, P. V. Total Cross Sections. *Physics Letters B*. v. 296, p. 227 - 232, 1992.
- [39] G. Calucci and D. Treleani, Phys. Rev. D **83**, 016012 (2011) [arXiv:1009.5881 [hep-ph]].
- [40] S. Chatrchyan *et al.* [CMS Collaboration], JHEP **1403**, 032 (2014) [arXiv:1312.5729 [hep-ex]].
- [41] J. R. Gaunt, R. Maciula and A. Szczurek, Phys. Rev. D **90**, no. 5, 054017 (2014) doi:10.1103/PhysRevD.90.054017 [arXiv:1407.5821 [hep-ph]].
- [42] A. V. Manohar, W. J. Waalewijn, Phys. Rev. D **85**, 114009 (2012) [arXiv:1202.3794 [hep-ph]].
- [43] M. Diehl, PoS DIS **2013**, 074 (2013) [arXiv:1306.6480 [hep-ph]].
- [44] D. d'Enterria and A. M. Snigirev, Nucl. Phys. A **932**, 296 (2014) doi:10.1016/j.nuclphysa.2014.07.005 [arXiv:1403.2335 [hep-ph]].
- [45] B. Blok, Y. Dokshitzer, L. Frankfurt and M. Strikman, Eur. Phys. J. C **72**, 1963 (2012) [arXiv:1106.5533 [hep-ph]].
- [46] UA2 Collaboration, Phys. Lett. B 268 (1991) 145, [doi:10.1016/0370-2693(91)90937-L]; AFS Collaboration, Z. Phys. C 34 (1987) 163, [doi:10.1007/BF01566757]; F. Abe *et al.* [CDF Collaboration], Phys. Rev. D **47**, 4857 (1993); CDF Collaboration, Phys. Rev. D 56 (1997) 3811, [doi:10.1103/PhysRevD.56.3811]; V. M. Abazov *et al.* [D0 Collaboration], Phys. Rev. D **81**, 052012 (2010) [arXiv:0912.5104 [hep-ex]]; G. Aad *et al.* [ATLAS Collaboration], New J. Phys. **15**, 033038 (2013) [arXiv:1301.6872 [hep-ex]].
- [47] M. Bahr, M. Myska, M. H. Seymour and A. Siodmok, JHEP **1303**, 129 (2013) [arXiv:1302.4325 [hep-ph]].
- [48] N. Cartiglia, arXiv:1305.6131 [hep-ex].
- [49] DONNACHIE, Sandy; DOSCH, Günther; LANDSHOFF, Peter; NACHTMANN, Otto. *Pomeron Physics and QCD*. Nova York: Cambridge University Press, 2002.
- [50] PREDAZZI, E. A Review of High-Energy Strong-Interaction Physics. *Rivista del Nuovo Cimento*. v. 6, n. 2, p. 217-293, 1976.
- [51] J. Kašpar [TOTEM Collaboration], arXiv:1310.3178 [physics.ins-det].
- [52] A. Aab *et al.* [Pierre Auger Collaboration], Nucl. Instrum. Meth. A **798**, 172 (2015) doi:10.1016/j.nima.2015.06.058 [arXiv:1502.01323 [astro-ph.IM]].
- [53] FROISSART, Marcel. Asymptotic Behavior and Subtractions in the Mandelstam Representation. *Physical Review*. v. 123, n. 3, p. 1053 - 1057, 1961.
- [54] MARTIN, A. Extension of the Axiomatic Analyticity Domain of Scattering Amplitudes by Unitarity - I. *Nuovo Cimento A*. v. 42, n. 4, p. 930 - 953, 1966.
- [55] LUKASZUK, L.; MARTIN, A. Absolute Upper Bounds for $\pi\pi$ Scattering. *Nuovo Cimento A*. v. 52, p. 122 - 145, 1967.
- [56] J. R. Cudell *et al.* [COMPETE Collaboration], Phys. Rev. Lett. **89**, 201801 (2002) doi:10.1103/PhysRevLett.89.201801 [hep-ph/0206172].

- [57] CUDELL, J. R.; EZHELA, V. V.; GAURON, P.; KANG, K.; KUYANOV, Y. V.; LUGOVSKY, S. B.; NICOLESCU, B.; TKACHENKO, N. P. Hadronic Scattering Amplitudes: Medium - Energy Constraints on Asymptotic Behavior. *Physical Review D*. v. 65, p. 074027, 2002.
- [58] G. Antchev *et al.* [TOTEM Collaboration], *Europhys. Lett.* **95**, 41001 (2011) doi:10.1209/0295-5075/95/41001 [arXiv:1110.1385 [hep-ex]].
- [59] REGGE, Tullio. Introduction to Complex Orbital Momenta. *Nuovo Cimento*. v. 14, n. 5, p. 951 - 976, 1959.
- [60] SUNDARESAN, M. K. *Handbook of Particle Physics*. Boca Raton: CRC Press, 2001.
- [61] MAGALHÃES, D. A. Sobre a importância do modelo de Veneziano para a teoria de cordas. *Revista Brasileira de Ensino de Física*. v. 35, n. 4, p. 4303, 2013.
- [62] CHEW, Geoffrey F.; FRAUTSCHI, Steven C.; MANDELSTAM, Stanley. Regge Poles in $\pi - \pi$ Scattering. *Physical Review*. v.126, n.3, p. 1202-1208, 1962.
- [63] E. Levin, hep-ph/9710546.
- [64] CHEW, Geoffrey. F.; FRAUTSCHI, Steven C. Principle of equivalence for all strongly interacting particles within the *S*-matrix framework. *Physical Review Letters*. v.7, n.10, p. 394-397, 1961.
- [65] GRIBOV, V. N. Possible Asymptotic Behaviour of Elastic Scattering. *Soviet Physics JETP* 14, 478 (1962).
- [66] JORGE, Luana Soares. *Estudo de lacunas de rapidez e caracterização de processos difrativos em eventos de minimum bias a 7 TeV no CMS/LHC*. Dissertação (Mestrado em Física). UERJ, 2011.
- [67] JOHNSON, K.; TREIMAN, S. B. Implications of SU(6) Symmetry for Total Cross Sections. *Physical Review Letters*. v. 14, n. 6, p. 189 - 191, 1965.
- [68] FREUND, Peter G. O. Relation Between πp , pp and $\bar{p}p$ Scattering at High Energies. *Physical Review Letters*. v. 15, n. 24, p. 929 - 930, 1965.
- [69] J. R. Cudell *et al.*, hep-ph/0212101.
- [70] D. A. Fagundes, M. J. Menon and P. V. R. G. Silva, *Braz. J. Phys.* **42**, 452 (2012) doi:10.1007/s13538-012-0099-5 [arXiv:1112.4704 [hep-ph]].
- [71] AMALDI, U. *et al.*, The Real Part of the Forward Proton Proton Scattering Amplitude Measured at the CERN Intersecting Storage Rings. *Physics Letters B*, v. 66, n.4, p.390 - 394, 1977.
- [72] AUGIER, C. *et al.* (UA4/2 Collaboration). *Physics Letters B*. v. 315, p. 503 - 506, 1993.
- [73] J. A. M. Vermaseren, math-ph/0010025.
- [74] ARFKEN, George B.; WEBER, Hans Hermann. *Física matemática: métodos matemáticos para engenharia e física*. Rio de Janeiro: Elsevier, 2007.